

B  
20.5  
U.  
1961  
A923

FACULTE DE PHILOSOPHIE

THESE

PRESENTÉE

A L'ECOLE DES GRADUES DE

L'UNIVERSITE LAVAL

POUR OBTENIR

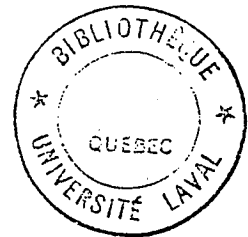
LE GRADE DE DOCTEUR EN PHILOSOPHIE

FRERE AUGUSTIN-GABRIEL, s.g.

LICENCE EN PHILOSOPHIE

DE L'UNIVERSITE LAVAL

"LA MATIERE INTELLIGIBLE"



QUEBEC,  
AVRIL 1961

### PROPOSITIONES

1. Demonstratio est syllogismus scientialis.
2. Nomen symboli similitudinem vel collectionem importat.
3. Numerus est unum per se.
4. Consuetudo quodammodo vertitur in naturam, et facit inclinationem similem naturali.
5. Anima est actus primus corporis physici organici potentia vitam habentis.

Rilke's magic power of evocation has given to that myth unsurpassed beauty and undisputed poetical truth. Within the horizon of poetry it has compelling validity. But myth and real life are two altogether different things. Goethe's ideal in the *Roman Elegies*, too, was a myth, beautiful and true as poetry, but seriously challenged by the living Christiane Vulpius. There was tragedy in both cases, borne stoically, though not without dark moments of resigned sorrow. From a Heideggerian point of view it can be argued that Rilke's integration of death and life, far from revealing an "authentic" mode of being, represents in reality his own peculiar way of fleeing death, of concealing death by making it harmless: a "mode of being" characterized by Heidegger as "unauthentic." Similarly Rilke's *Weltinnenraum* (Inner Cosmic Space), made possible only through a transubstantiation of the outside visible world into the inner invisible, is a poetic invention destined to bridge consciousness and reality. And his much laboured idea of love-without-desire-of-fulfilment is another attempt to *cancel* the object out of existence. So, too, is what he calls the "open look" of the animal in the *Eighth Elegy* and elsewhere. In his article on Rilke Heidegger points out in this connection that the poet's idea of "openness" and his own are radically different. Rilke's attitude is fundamentally rooted in a will to overcome, if not to conquer, a will to mastery, if not to power. As Heidegger puts it, over Rilke's poetry lies the shadow of a mild sort of Nietzschean metaphysics.

Within the context of these observations it is easily understood why Rilke's attitude to existence is everywhere emotional, evaluating, elegiac or hymnal, whereas Heidegger's analysis is hermeneutic, phenomenological, disregarding all implications of idealistic, ethical or sociological value. And it would be easy to show that Heideggerian terminology can be applied to Rilke only by a transference of meaning from one universe of discourse in which it is genuine to another where it is out of focus. It cannot be done without doing injustice to Heidegger or to Rilke or to both.

Rilke must be understood and interpreted in terms which are in tune with the vibrations of his own poetical symbols. There is no other way of protecting these from contamination, and of safeguarding their truth.

W. L. GRAFF.

## Matière intelligible et mathématique

A. PRÉSENTATION LITTÉRALE DE LA DOCTRINE D'ARISTOTE  
SUR LES MATHÉMATIQUES

### I. La science mathématique d'après les « *Seconds Analytiques* »

Dès le début des *Premiers Analytiques*, Aristote indique l'objet de la science du syllogisme : « La première chose à établir, dit-il, c'est notre sujet : ce sujet, c'est la démonstration ».<sup>1</sup> Dans la pensée d'Aristote, les *Premiers* et les *Seconds Analytiques* forment comme un cours continu, un traité unique destiné à établir la science de la démonstration. Toutefois, les *Premiers Analytiques* s'appliquent, avant tout, à la considération du syllogisme en lui-même, dont la forme est commune à la démonstration et à la preuve dialectique : « Toute démonstration, remarque-t-il, est un syllogisme, mais tout syllogisme n'est pas une démonstration ».<sup>2</sup> L'étude du syllogisme démonstratif relève proprement des *Seconds Analytiques*. Or, pour Aristote, la mathématique fournit le type achevé de la démonstration ; aussi conçoit-il cette dernière avant tout sous son aspect mathématique, et c'est à cette science qu'il applique, en premier lieu, le nom de *μαθημας*, qui veut dire discipline.<sup>3</sup> Voilà encore pourquoi la plupart des exemples de présuppositions et de preuves dans le premier livre des *Seconds Analytiques* sont tirés des mathématiques.<sup>4</sup> C'est ainsi que le mot 'axiome' est emprunté aux mathématiques.<sup>5</sup> Les *axiomes* (*ἀξιώματα* ou *διγνιμاتا*) correspondent aux 'notions communes' d'Euclide<sup>7</sup> et son exemple si fréquent d'axiome — si l'on retranscrit des quantités égales de quantités égales, une égalité subsiste — est une des trois 'notions communes', expression qui paraît avoir cours au temps d'Euclide.<sup>8</sup> Les *δρισμοί* (*definitions*) d'Aristote

1. *Pr. Anal.*, I, 1, 24 a 10-11.

2. *Pr. Anal.*, I, 4, 25 b 29. — *Anal. Post.*, I, 2, 71 b 23 ss. : « Sans ce qui caractérise la démonstration, il peut y avoir syllogisme, mais ce ne sera pas une démonstration, car ce syllogisme ne produira pas la science. »

3. *Topic*, VII, 3, 153 a 9-11.

4. Chap. 7, 9, 10, 12, 27 ; cf. 71 a 3, 79 a 18, etc.

5. *Métaph.*, III, 3, 1005 a 19.

6. *Anal. Post.*, I, 2, 72 a 15-25.

7. Th. HEATH, *Mathematics in Aristotle*, p. 53. — À noter que cette correspondance n'est pas tout à fait exacte, car les « axiomes » d'Euclide sont appliqués à la quantité géométrique.

8. Th. HEATH, *A History of Greek Mathematics*, I, p. 376.

répondent aux *ῥοι* d'Euclide. Et ses *ὑποθέσεις* (*suppositiones*) se ramènent, dans une certaine mesure,<sup>1</sup> aux 'postulats' d'Euclide, car les trois premiers des cinq postulats sont des postulats d'existence — d'existence de la droite et du cercle.<sup>2</sup>

Si Aristote recourt à la mathématique pour illustrer le procédé scientifique de la démonstration, c'est aussi, semble-t-il, pour une raison historique. Pour exposer cette sorte parfaite de syllogisme, il ne pouvait se contenter d'une science à demi constituée; il lui fallait une discipline suffisamment développée pour pouvoir être présentée sous une forme continue. Or, seules les mathématiques, et surtout la géométrie, avaient atteint, à ce moment, une maturité suffisante; déjà à l'époque d'Aristote existaient des *Éléments de géométrie* qu'Euclide ne fit qu'augmenter et refondre.<sup>3</sup>

Vu la méthode d'Aristote dans son exposé de la science de la démonstration, il sera possible de tirer des *Seconds Analytiques* les données essentielles sur la démonstration mathématique. Il ne faut certes pas chercher dans ce traité un enseignement complet sur la matière intelligible. Aristote se proposait un autre but, d'ailleurs fondamental, même pour le point de vue qui nous intéresse ici.

La présentation 'littérale' du contenu mathématique des *Seconds Analytiques* rendra compte de l'ordre suivi par Aristote dans la mention et l'élaboration de sa doctrine sur la matière intelligible. Un bref commentaire sur les principaux points de doctrine relevés au fil de l'œuvre explicitera quelque peu la pensée toujours concise du maître.

Tout enseignement et toute instruction reçue au moyen du raisonnement ont pour point de départ une connaissance préexistante... La connaissance prérequis est de deux types. Parfois, il faut présupposer que telles et telles choses existent; parfois, c'est ce que signifie le mot employé qu'il importe de saisir; pour d'autres choses enfin, il faut connaître les deux à la fois. Ainsi, poser que pour toutes choses la vérité consiste à affirmer ou à nier, c'est admettre que la chose est; pour le mot triangle, nous posons qu'il comporte telle signification; mais de l'unité, nous affirmons les deux choses: et ce que signifie le mot et que la chose existe. Car chacun de ces cas ne nous apparaît pas avec une égale évidence.<sup>4</sup>

1. C'est-à-dire dans la mesure où ces postulats présupposent l'existence des lignes et des cercles. Car les postulats euclidiens qui tirent leur justification des sciences naturelles se distinguent de la *θεσις* ou *positio* qui se révèle indémontrable. Le véritable postulat euclidien se classe parmi les 'demandes' (*αίτημα*) qui se présentent comme des propositions démontrables par une autre science, mais qu'on 'demande' d'admettre telles quelles dans le but de faciliter le raisonnement.

2. Th. HEATH, *A History of Greek Mathematics*, I, p. 374. — *Mathematics in Aristotle*, p. 56.

3. Th. HEATH, *A History of Greek Mathematics*, I, p. 374. — W. D. ROSS, *Aristotle*, pp. 63 ss.

4. *Anal. Post.*, I, 1, 71 a 1-2; 11-17. — *Méaph.*, I, 9, 992 b 30-34.

Dans ce passage, Aristote énumère les objets et il enseigne le mode de préconnaissance dans la démonstration en général et, par ses illustrations, il éclaire le cas de la démonstration mathématique en particulier.

Toute démonstration comporte, en effet, trois éléments essentiels: le sujet, les propriétés et les principes.<sup>1</sup> De ceux-ci, il suffit de préconnaître l'existence; pour les propriétés, il importe de savoir le sens du mot qui les désigne; quant au sujet, il faut connaître et la signification du nom qui s'y rapporte et son existence. Transposées dans le domaine mathématique, ces prénotions se justifient comme suit. Il existe un ordre d'antériorité des accidents entre eux par rapport à la substance. Voilà pourquoi un accident peut jouer à la fois le rôle d'accident à l'endroit de la substance et celui de sujet par rapport à un autre accident. La quantité, ordre des parties homogènes de la substance, devient ainsi sujet à l'égard de tous les autres accidents.<sup>2</sup> Bien plus, il existe, dans le domaine de la quantité, une distinction et des relations de priorité entre les parties, de manière à créer un ensemble de rapports sujets-propriétés au sein de ce genre particulier.<sup>3</sup> Aussi, en mathématiques, certaines notions tout à fait premières ne peuvent exercer que la fonction de sujet (par exemple l'unité, le point, la ligne, la surface, le solide); d'autres entités, au contraire, susceptibles de démonstration, remplissent tour à tour l'office de sujet et de propriété (tels le triangle, le carré, le pair, l'impair).

Dans le texte que nous avons transcrit ci-dessus, Aristote donnait l'exemple du triangle, de l'unité et du principe du tiers exclu pour illustrer respectivement la préconnaissance de la propriété, du sujet et d'un principe d'où dépend la démonstration. L'exemple d'un principe approprié à la géométrie s'énonce ainsi: une égalité subsiste, si l'on retranche des 'grandeurs' égales de 'grandeurs' égales; tandis que dans le cas de l'arithmétique: une égalité subsiste, si l'on retranche des 'nombres' égaux de 'nombres' égaux.<sup>5</sup>

Ainsi, dans son exposé des prénotions de la démonstration, en général, Aristote a présenté, à titre d'exemples, les objets et le mode de préconnaissance dans le genre particulier des sciences mathématiques. Cette façon de procéder comporte un double avantage: par le recours constant à la science la plus accessible à notre intelligence, l'exposé sur la démonstration gagne en force et en clarté; puis son enseignement

1. *Anal. Post.*, I, 9, 76 b 21. — Quelques sciences peuvent négliger, sans inconvénient, certains de ces éléments: par exemple l'existence du genre, la signification de la propriété, et ceci, en raison de l'évidence. — (*Ibid.*, 76 b 15-20).

2. Par là, s'explique l'abstrahabilité propre à la quantité. Premier accident des corps sensibles, elle ne dépend pas, selon l'intelligence, des accidents postérieurs, même si elle ne peut exister sans eux.

3. *Méaph.*, V, 1020 a 15 ss; S. THOMAS, in *idem*, n. 983.

4. *Anal. Post.*, I, 1, 71 a 11-17.

5. *Anal. Post.*, I, 10, 76 a 42-b 2. — *Méaph.*, XI, 4, 1061 b 20-5.

sur les objets et les prénotions mathématiques pose, incidemment, les bases très sûres de n'importe quelle considération scientifique dans le domaine où l'on trouve ce qu'il appelle 'matière intelligible' — une notion qui sera étudiée en d'autres œuvres d'Aristote. Généralement parlant, elle n'est autre chose que le sujet homogène dont la quantité est l'ordre.

Après avoir établi, dans les *Seconds Analytiques*, la nécessité du syllogisme démonstratif par l'énumération des objets de préconnaissance, Aristote en vient à une définition de la démonstration : ἀπὸδείξις δὲ λέγω, dit-il, συλλογισμὸν ἐπιστημονικόν ἐπιστημονικὸν δὲ λέγω καθ'ὃν τῷ ἔχειν αὐτὸν ἐπιστάμεθα.<sup>1</sup> La démonstration est un syllogisme qui est d'ordre en outre science et non opinion. Ainsi se trouve définie la démonstration considérée quant à sa fin, savoir : la science. Ce terme désigne, dans le présent contexte, non pas le type de savoir qui caractérise les sciences expérimentales, mais bien une connaissance par les causes obtenue au moyen d'une inférence en tout nécessaire. C'est la science que l'on trouve éminemment en mathématiques.<sup>2</sup> La science, entendue au sens strict, implique une rigueur parfaite : dans la conclusion de la preuve, une propriété (par exemple, 'avoir les angles égaux à deux droits,') est attribuée nécessairement à un sujet (le triangle)<sup>3</sup> dont la nature même (définition du triangle) marque la cause d'une telle attribution. La démonstration tire toute sa force de la fonction causale du moyen terme (« La cause, c'est le moyen terme »),<sup>4</sup> qui n'est autre que la définition du sujet.<sup>5</sup>

La formulation des conditions matérielles de la démonstration constitue une seconde définition commandée par la définition qui se prend de la fin. Le syllogisme qui produit la science doit procéder de prémisses vraies, premières, immédiates, plus connues (γνωριωτέρω), c'est-à-dire plus intelligibles (γνωριμωσις signifie, en effet, aisé à reconnaître, familier ; la démonstration implique quelque chose de 'plus connu' ayant trait à la cause, donc un 'notius quoad se'),<sup>6</sup> et de plus antérieures à la conclusion dont elles sont la cause. Dans cette énumération des conditions matérielles de la démonstration, la note : « plus intelligibles » doit se doubler de : « plus manifestes », quand il s'agit de notions mathématiques. Dans le cas de la philosophie de la nature, par exemple, les entités plus intelligibles apparaissent comme moins familières. L'explication de cette caractéristique des mathéma-

1. *Anal. Post.*, I, 2, 71 b 18.

2. Cf. *Anal. Post.*, I, 1, 71 a 20 ss.

3. *Anal. Post.*, II, 2, 90 b 34. — *Ibid.*, 91 a.

4. *Anal. Post.*, II, 2, 90 a 7.

5. *Anal. Post.*, I, 75 b 30 ss. — *Méaph.*, XIII, 1078 b 23. — *De l'Âme*, I, 1, 402 b 16.

6. Si l'on néglige ici la démonstration 'a posteriori', c'est qu'elle n'entre pas en ligne de compte quand il s'agit de définir la démonstration parfaite.

tiques sera complétée par l'exposé doctrinal sur la matière intelligible. Pour le moment, il suffira d'en indiquer la raison fondamentale. Si, en mathématiques, le plus intelligible et le plus manifeste coïncident, c'est à cause de l'homogénéité propre à la quantité ; celle-ci se présente comme une répétition du même ; aussi, le travail d'élaboration du savoir dans cette matière s'exerce-t-il sur du déjà donné. En ce domaine, on effectue des constructions sans dépendance de l'expérience. On demeure, en outre, au niveau de l'imagination.

La nécessité à laquelle aboutit la démonstration se voit dans la définition de celle-ci par la fin. Si, en effet, le syllogisme démonstratif a pour but de produire la science, son objet, la conclusion, doit être nécessaire, il ne peut être autrement qu'il n'est : 'Ἐπεὶ δ'ἀδύνατον ἄλλως ἔχειν ὅς ἐστιν ἐπιστήμη ἀπλῶς, ἀναγκαῖον αὖ εἶναι τὸ ἐπιστητὸν τὸ κατὰ τὴν ἀποδεικτικὴν ἐπιστήμην.<sup>1</sup>

Cette condition implique aussi une nécessité du côté des prémisses,<sup>2</sup> car le nécessaire ne peut être 'démontré' à partir du contingent. Or le nécessaire absolu, tel que l'exige la démonstration, se fonde sur les principes du sujet, c'est-à-dire soit la cause formelle, soit la cause matérielle, soit l'essence elle-même. Notons, en passant, que 'cause formelle' comporte un sens fort différent dans les démonstrations naturelles et dans les démonstrations mathématiques. Dans les premières, la cause formelle s'entend de la forme naturelle envisagée comme fin de la génération, et dans les secondes, d'un 'principe essentiel'. Au point de vue de l'évidence et de la rigueur, les démonstrations mathématiques sont privilégiées : elles procèdent toujours de principes formels ; elles trouvent toutes leur justification ultime dans la définition du sujet. Celle-ci, jouant le rôle de moyen terme, relie les extrêmes dans une connexion absolument nécessaire. Ainsi, comment prouver que la somme des angles du triangle est égale à deux droits ? En posant comme moyen la définition même du triangle. Celle-ci une fois comprise, il deviendra manifeste que la propriété (égale à deux droits) en découle avec nécessité.

Cet enseignement d'Aristote révèle que la mathématique est par excellence la science du formel<sup>3</sup> et du nécessaire. Voilà pourquoi elle plaît si fort à une certaine forme d'intelligence amie de la clarté et de la rigueur démonstratives. L'exagération consisterait à transporter cette exigence dans tous les domaines de la pensée.<sup>4</sup>

Au problème de la nécessité se rattache celui des premiers principes. Aristote consacre deux passages des *Seconds Analytiques* à cette

1. *Anal. Post.*, I, 4, 73 a 20. — *Méaph.*, V, 5, 1015 a 33.

2. *Anal. Post.*, I, 4, 73 a 23.

3. *Anal. Post.*, I, 13, 79 a 7. — L'ordre mathématique est purement formel, voilà pourquoi il n'implique aucun rapport à une fin.

4. *Méaph.*, II, 1, 995 a 6. — *Ethic.*, I, 1, 1094 b 23.

question fondamentale.<sup>1</sup> Ces exposés complémentaires gagneront à une présentation conjointe.

Parmi les principes utilisés dans les sciences démonstratives, remarque Aristote, les uns sont propres à chaque science, les autres communs.<sup>2</sup> Les principes appropriés aux diverses sciences se dénomment *théorèmes* (*positiones*). Leur existence est indémontrable et ils ne sont pas présumés à la doctrine ; au maître revient le soin de proposer, au moyen de la définition du sujet, l'assentiment du disciple à ces principes. La *théorie* se subdivise : en [a] *hypothèses* (*suppositiones*), qui pose l'existence du sujet, par exemple, celle de l'unité en arithmétique, et, en géométrie, celle du point et de la ligne ; et, en [b] *opérations* (*definitiones*) qui dit ce qu'est telle ou telle chose ; par exemple, en arithmétique, la définition de l'unité, du pair, de l'impair, du carré et du cube ; et en géométrie, celle de l'irrational, ou de la ligne brisée ou oblique.

Les sciences démonstratives utilisent encore les principes communs qu'Aristote désigne sous divers vocables : celui de 'choses communes' : *κοινὰ*<sup>3</sup> ou *τὰ κοινὰ* ;<sup>4</sup> ou d' 'opinions communes' : *κοινὰ δόξαι*<sup>5</sup> ou enfin d'axiomes : *ἀξιώματα*<sup>6</sup>.

Ce mot, on l'a dit, est emprunté aux mathématiques.<sup>7</sup> Euclide n'utilise pas ce terme dans le sens d'Aristote ;<sup>8</sup> il préfère celui de notions communes. Ainsi, l'axiome favori d'Aristote ('une égalité subsiste si l'on retranche', etc.) est la troisième des trois notions communes d'Euclide.<sup>9</sup>

L'application des principes communs, poursuit Aristote, est limitée au genre tombant sous la science en question.<sup>10</sup> Et même contracté à un genre particulier, il aura la même valeur que s'il était employé dans sa généralité.<sup>11</sup> Ainsi, en géométrie, il s'appliquera aux grandeurs ; en arithmétique, aux nombres.

1. I, 2, 72 a 15-24, où il divise le principe immédiat ; 76 a 31-77 a 4, ce passage paraît être le meilleur et le plus complet, où Aristote résume ses vues sur les principes des sciences démonstratives en général et des sciences mathématiques en particulier.

2. 76 a 36.

3. *Anal. Post.*, I, 9, 76 a 40.

4. *Anal. Post.*, II, 77 a 30.

5. *Metaph.*, III, 2, 996 b 28.

6. *Anal. Post.*, I, 2, 72 a 16.

7. *Metaph.*, IV, 3, 1005 a 20.

8. Cette dénomination est fondée dans le langage commun. Il s'agit en effet de propositions qui sont valables par elles-mêmes. Saint Thomas les appelle en latin 'dignitates' — 'dignitas' voulant dire 'bonitas propter se'.

9. Th. HEATH, *Mathematics in Aristotle*, p. 53.

10. *Anal. Post.*, I, 10, 76 a 39-42. — *Metaph.*, XI, 4, 1061 b 20-5.

11. Ces axiomes, même restreints au domaine mathématique par exemple, sont, à l'égard des démonstrations de cette science, non point 'constitutifs' (*ἐκ*), mais seulement 'régulateurs' (*ἀε*) ; on ne raisonne pas 'à partir d'eux', mais 'd'accord avec eux'. *Post. Anal.*, I, 72 a 16-18 ; 76 a 32 b 2 ; 77 a 10-12, 22-25.

Aristote mentionne un autre type de propositions, à savoir : le 'postulat' (*αἰτήματα*), qui est une supposition contraire à l'opinion de l'élève, ou une proposition susceptible de démonstration mais qu'on demande simplement d'admettre ;<sup>1</sup> exemple : entre deux points on peut mener une droite.

Certaines suppositions d'un autre genre servent couramment à faciliter une démonstration, et leur vérité est indifférente à la validité de la preuve. Ainsi, le géomètre affirme que la ligne tracée est d'un pied de long, ou qu'elle est droite, alors qu'il n'en est rien. En réalité, le géomètre ne tire aucune conclusion du fait de la ligne particulière (*τηνδε γραμμήν*) qu'il a tracée, mais seulement des notions que ses figures expriment.<sup>2</sup>

Dans les passages rappelés, Aristote présente un tableau de la terminologie en usage de son temps pour désigner les premiers principes mathématiques. Euclide, dans ses *Éléments*, a fixé une terminologie adoptée de tout temps : définitions, postulats, notions communes ou axiomes.<sup>3</sup> L'important pour nous, dans le cas d'Aristote, est de saisir la réalité sous les mots et de nous rendre compte de la justesse de son enseignement en ce qui concerne l'utilisation de ces principes : les pré-suppositions (d'existence, etc.), la possibilité ou non de les démontrer, la manière d'en user (comme prémisses ou autrement), etc. Ces lois de la science sont, en effet, universelles et nécessaires.

La division des principes de la démonstration suscite la question relative à leur usage : la démonstration peut-elle s'accommoder de principes étrangers au genre (mathématique, par exemple) ou même seulement communs à plusieurs sujets ? Aristote répond par la négative : « On ne peut, dit-il, passer d'un genre à l'autre : prouver, par exemple, une proposition géométrique par l'arithmétique... La démonstration arithmétique a toujours le genre au sujet duquel a lieu la démonstration ; et, pour les autres sciences, il en est de même », à savoir : le nombre pour l'arithmétique, la grandeur pour la géométrie, pour la physique l'être mobile, etc. Pourquoi la démonstration interdit-elle l'usage de principes étrangers au genre ? Parce que, répond Aristote, c'est du même genre que doivent nécessairement provenir les extrêmes et les moyens termes, car s'ils ne sont pas par soi, ce seront des accidents.<sup>4</sup> En d'autres termes, c'est le sujet qui, dans la science, est principe de toutes les propriétés et des accidents par soi. Aussi, tenter de prouver l'inherence d'une propriété dans un sujet par quelque chose d'autre que la nature de ce dernier reviendrait à chercher la cause en dehors de la matière appropriée ; il en serait

1. *Anal. Post.*, I, 9, 76 b 26 ss.

2. *Anal. Post.*, I, 9, 76 b 39-77 a 2.

3. Th. HEATH, *op. cit.*

4. *Anal. Post.*, I, 7, 75 a 37 ss. ; 75 b 7 ss.

5. I, 7, 75 b 10.

ainsi, par exemple, si l'on essayait de prouver qu'un triangle a la somme de ses angles égaux à deux droits parce qu'il est fait de bois ou de cuivre; ou encore, comme le dit Aristote, si l'on utilisait l'arithmétique pour prouver les propriétés des grandeurs; le sujet de l'arithmétique diffère, en effet, de celui de la géométrie; on ne peut donc, dans la démonstration, confondre nombres et grandeurs.

Ainsi donc, il ne peut y avoir échange de principes entre les sciences, car, dans ce cas, comme on vient de le voir, l'inhérence d'une propriété résulterait de la définition d'un sujet complètement distinct du sujet propre (ainsi, par exemple, les propriétés de la grandeur, qui est une quantité continue, résulteraient de la nature du nombre, qui est une quantité discrète). Mais alors, que penser des sciences subalternées? Comme on le verra, cette exigence de la démonstration se concilie fort bien avec l'existence des sciences dites moyennes.

Impossible, d'autre part, de tirer une connaissance scientifique de principes communs. Ils produisent tout au plus un savoir commun ou accidentel. Car, à partir de tels principes, on ne peut démontrer quelque chose d'un sujet en tant que tel (*ἡ ἐκείνο*).<sup>1</sup> L'argument de Bryson sur la quadrature du cercle illustre cette manière sophistique de démontrer. Bryson affirme qu'un cercle peut égalier un carré pour la raison que 'des choses qui sont respectivement plus grandes et moins grandes que les autres choses leur sont égales'. Le moyen terme de cette prétendue démonstration s'applique, non seulement au cercle comme tel, mais encore aux nombres et ainsi il s'étend à des genres différents. La science que ce raisonnement procure ne peut être, comme le dit Aristote, que vague, commune, et accidentelle (*ὀυκ ἡ ἐκείνο ἐπίσταται, ἀλλὰ κατὰ συμβεβηκός*. *Anal. Post.*, 76 a 1).

Car le fait d'être égal au carré n'inhère pas au cercle en tant que tel, mais seulement en vertu de quelque chose de commun. Aussi, de tels principes, négligeant de donner la cause propre, ne peuvent-ils produire la science au sens strict. Cet enseignement d'Aristote souligne, une fois de plus, la rigueur de sa conception de la démonstration. Dans son étude sur l'incommunicabilité des genres dans la démonstration, Aristote apportait une restriction qu'il importe maintenant d'expliquer. On ne peut pas, dans la démonstration, passer d'un genre à un autre. Mais il ajoutait: « Quant à savoir comment le passage peut parfois s'effectuer, nous le dirons ultérieurement ».<sup>2</sup> Plus loin, il explicitait sa pensée en ces termes: « En réalité la démonstration ne peut s'appliquer à un genre étranger sinon, comme nous l'avons souligné, dans l'application des démonstrations géométriques aux problèmes de la mécanique ou de l'optique, ou des démonstrations arithmétiques aux théorèmes de l'harmonique ».<sup>3</sup> La théorie d'Aris-

1. *Anal. Post.*, I, 9, 75 b 36-76 a 3. — *Réf. Soph.*, II, 171 b 15 ss.  
2. *Anal. Post.*, I, 7, 75 b 5.  
3. *Anal. Post.*, 76 a 22 ss.

tote sur les sciences moyennes présuppose la distinction entre qu'il appelle la connaissance du 'fait' (*ᾧ*) et celle du 'pourquoi' (*διότι*).<sup>1</sup> Cette distinction peut avoir lieu dans une même science (*ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιστημῇ*)<sup>2</sup> ou encore dans des sciences différentes: « La différence entre le 'fait' et le 'pourquoi' s'opère d'une autre façon, et c'est quand ils sont considérés par une science différente ».<sup>3</sup> Il y a alors subordination entre les problèmes considérés ou entre les sciences en question. La subordination des sciences est double: le sujet d'une science peut être contenu sous le sujet d'une autre comme une espèce sous un genre, v.g. le mouvement local par rapport au mouvement en général; une telle relation de subordination n'entraîne pas de subalternation au sens strict, car on n'a pas là de sciences spécifiquement distinctes. Aristote ne vise pas ici une telle subordination. Un autre mode de subordination a lieu quand le second sujet ajoute une différence extrinsèque et accidentelle au premier. Alors, le sujet de la science inférieure ne constitue pas une espèce du sujet de la science supérieure, mais les deux sujets se comparent entre eux comme le matériel au formel; dans ce cas, la science inférieure s'appelle 'science appliquée': elle applique l'élément formel à l'élément matériel. Aristote donne l'exemple de l'optique par rapport à la géométrie et de l'harmonique vis-à-vis de l'arithmétique. Celle-ci considère le nombre formel ou abstrait de toute matière sensible, et l'harmonique applique ce nombre mathématique à la matière sonore. De même, le géomètre étudie les propriétés de la ligne comme telle, c'est-à-dire abstraite; l'opticien, au contraire, s'intéresse à la ligne visuelle ou sensible et applique ainsi les démonstrations abstraites du géomètre à une matière sensible. Comme le remarque Thémistius, « la géométrie utilise seulement la forme de la ligne droite, laquelle forme n'a aucune existence en elle-même, mais se trouve toujours dans quelque substance. Le 'droit' peut être dans l'air, la pierre, le bois, ou toute autre matière. Le géomètre considère ce 'droit' non en tant que présent dans quelque une de ces choses, mais en lui-même; l'opticien considère la ligne droite dans une règle ou dans l'air ».<sup>4</sup> Bref, les sujets des sciences subalternées concrétisent, en un sens (c'est-à-dire par mode d'application), les pures formes mathématiques (points, lignes droites, plans, etc.); suivant l'expression de Heath, « They 'embody' the pure mathematical forms ».<sup>5</sup> Ces sciences intermédiaires présentent un moyen de lier l'intelligible mathématique au sensible. Elles se dénomment mathématiques; elles sont même

1. *Anal. Post.*, I, 13, 78 a 21.  
2. *Anal. Post.*  
3. *Anal. Post.*, 78 b 34.  
4. *Anal. Post.*, I, 13, 79 a 8.  
5. Cité par Th. Heath, in *Mathematics in Aristotle*, p. 60.  
6. *Ibid.*

plus mathématiques que naturelles, car, dans leur cas, la connaissance du 'fait' relève des observations de l'expérience sensible, et celle du 'pourquoi' appartient aux mathématiques ;<sup>1</sup> les conclusions portent sur une matière sensible, mais elles se fondent sur des moyens mathématiques. Ces sciences comportent donc à la fois un aspect concret et un point de vue abstrait ; elles présentent, en d'autres termes, une perspective matérielle et une autre formelle : plus formelle que matérielle si l'on en juge d'après les principes ; plus matérielle (c'est-à-dire sensible) que formelle, si l'on envisage le terme.

Quelques-uns ont reproché à Aristote d'avoir considéré les sciences moyennes d'une façon purement mathématique. Il ne réduit cependant pas les sciences moyennes aux mathématiques, mais ce qui, de soi, apparaît comme étranger aux mathématiques, il le ramène à ces sciences, quant aux principes. En d'autres termes, les sciences naturelles se rapportent au genre mathématique à cause de l'application de choses formellement mathématiques à une matière étrangère, c'est-à-dire naturelle ou sensible. Comme on le voit, la dénomination se prend ici de ce qui joue le rôle formel dans les sciences moyennes. Il se comprend alors que dans les *Seconds Analytiques*, qui portent sur la science considérée dans ses principes, Aristote fasse prévaloir le point de vue le plus explicatif ou formel. La mathématique utilisée, en effet, les espèces, c'est-à-dire les principes formels et, dans les sciences moyennes, le *dior* est toujours mathématique.

Au problème des sciences moyennes se rattache celui de la priorité des sciences quant à la certitude. La science qui ignore le substrat, dit Aristote, est plus exacte que celle qui en tient compte ; ainsi, l'arithmétique l'emporte en exactitude sur l'harmonique.<sup>2</sup> Le substrat désigne ici la matière sensible. Les mathématiques, s'intéressant à la considération des seules formes,<sup>3</sup> laissent totalement de côté le mouvement et la matière sensible. Les sciences moyennes, au contraire, appliquent les formes mathématiques à une telle matière. Ces deux disciplines procèdent en sens inverse : la mathématique abstrait les formes engagées dans la matière et les considère en elles-mêmes ; les sciences moyennes s'emparent des formes mathématiques et les réengagent, par mode d'application, dans le sensible. Or, remarque Aristote, le mouvement de concrétion des sciences moyennes s'opère au détriment de la certitude. Par conséquent, plus une science est formelle, plus elle est certaine ; et inversement, une science perd d'autant plus en exactitude qu'elle tient compte davantage de la

1. *Anal. Post.*, I, 13, 79 a. — Ailleurs, Aristote affirme le contraire, *Phys.*, II, 2, 194 a 6.

— Ces interprétations différentes tiennent à des points de vue distincts. Dans les *Seconds Analytiques*, Aristote se place au point de vue des principes ; dans les *Physiques*, il s'applique au terme à manifester. Ce problème recevra quelques précisions dans la suite.

2. *Anal. Post.*, I, 27, 87 a 32.

3. *Anal. Post.*, I, 13, 79 a 8.

matière, car la certitude provient de la forme, qui est l'origine de connaissance de la matière. Celle-ci, déclare Aristote, est inconnaisable par soi.<sup>1</sup> En conséquence, la mathématique, qui fait abstraction du substrat, l'emporte en certitude sur les sciences moyennes qui tiennent compte de la matière sensible.

Il existe un autre mode selon lequel une science est antérieure à une autre et supérieure en certitude. « Il en est aussi de même pour une science qui part de principes moins nombreux : elle l'emporte en exactitude sur une science qui se fonde sur des principes résultant de l'addition ». <sup>2</sup> C'est le cas de l'arithmétique par rapport à la géométrie. La première porte sur des entités plus simples, c'est-à-dire plus abstraites, que la seconde. Car le point, relativement à l'unité, est le résultat d'une addition, c'est-à-dire, comme l'explique Aristote, que l'unité est sans position alors que le point est une unité ayant position.<sup>3</sup> Cette affirmation s'éclaire au moyen de la distinction qu'il fait entre la matière sensible et la matière intelligible d'une part,<sup>4</sup> et, d'un autre côté, par les niveaux d'abstraction que l'on observe, pour ainsi dire, à l'intérieur de la matière intelligible elle-même. Le continu, en effet, divisible à l'infini, a davantage raison de matière que le nombre, qui ne comporte pas une telle divisibilité. Aussi le point, l'indivisible du continu, est-il moins abstrait que l'un, l'indivisible du nombre. Alors que le point est abstrait par rapport à la matière sensible, l'unité est abstrait par rapport à la matière sensible et à la matière intelligible.<sup>5</sup>

La dernière question des *Seconds Analytiques* concerne l'unité et la pluralité des sciences. Pour constituer une science une, dit Aristote, il faut l'unité du genre.<sup>6</sup> Il existe trois grands genres de sciences, qui n'excluent pas nécessairement toute subdivision. C'est qu'à la mathématique correspond une double matière intelligible : le continu et le discret. Ces deux espèces de quantité apparaissent comme irréductibles l'une à l'autre : le continu ne se compose pas d'indivisibles et la multiplication des indivisibles du discret ne peut jamais produire le continu.

L'unité absolue d'une science comporte, en outre, l'unité des principes : <sup>7</sup> les principes de la quantité pour la mathématique et les principes du mouvement pour la science naturelle ; les principes de la grandeur pour la géométrie ; et ainsi des autres sciences.<sup>8</sup> Les deux

1. *Méaph.*, VII, 10, 1036 a 8.

2. *Anal. Post.*, I, 27, 87 a 34.

3. *Anal. Post.*, I, 27, 87 a 35.

4. *Méaph.*, VII, 10, 1036 a 9.

5. Cf. S. THOMAS, *In Post. Anal.*, lect. 41, n. 5.

6. *Anal. Post.*, I, 28, 87 a 37.

7. *Anal. Post.*, I, 28, 87 a 37.

8. *Méaph.*, XII, 10, 1075 b 28.

espèces quantité, dont les modes de définir diffèrent entre eux, font par suite l'objet d'une double science mathématique. Aussi Aristote nous avertissait-il, avec raison, qu'on ne pouvait appliquer la démonstration arithmétique aux propriétés des grandeurs, à moins de confondre indûment grandeur et nombre.

Cette brève synthèse des références aux mathématiques dans les *Seconds Analytiques* nous livre des éléments essentiels de démonstration dans les disciplines mathématiques. La doctrine est incomplète, car Aristote, on l'a vu, n'avait aucune intention de traiter 'ex professo' de la matière intelligible : ses références à la mathématique n'intervenaient qu'à titre de principes de manifestation dans la présentation de sa doctrine de la démonstration. Conformément à son but, la présente étude se place dans la perspective inverse de celle d'Aristote : elle utilise les mathématiques, non pas dans le but d'éclairer la doctrine de la démonstration, mais elle relève les éléments de la démonstration, et les applique aux mathématiques.

Parcourons maintenant le traité *De l'Âme* pour y recueillir les données importantes sur la matière intelligible.

## II. L'enseignement du traité « De l'Âme » sur les mathématiques

Dans le traité *De l'Âme*, les notions mathématiques ne remplissent pas, comme dans les *Seconds Analytiques*, le seul office d'illustration de la doctrine exposée : elles entrent obligatoirement dans l'étude du sujet de ce traité. Ainsi, par exemple, dans la recherche de la définition complète de l'âme, il importe d'établir les divers modes de définir ; de même, rapportant les opinions de ses prédécesseurs sur la nature de l'âme, Aristote fait intervenir certaines notions mathématiques, car beaucoup d'Anciens ont soutenu que l'âme s'identifiait avec les nombres ou les grandeurs. Puis, quand il étudie l'objet de l'intelligence ou son opération, Aristote soulève la question de l'abstraction mathématique.

Comme on l'a fait pour les *Seconds Analytiques*, on relèvera ici les données mathématiques jointes à l'exposé de la doctrine de l'âme. La lumière qu'elle jette sur le difficile problème de la matière intelligible nous fera progresser quelque peu dans la connaissance des objets mathématiques.

Au début de son traité, Aristote se demande si les 'affections' de l'âme sont jointes au corps. Il semble que oui, répond-il. Et il ajoute : s'il en est ainsi, il faudra en tenir compte dans les définitions. Et, dans ce cas, l'étude de l'âme appartiendra au philosophe de la nature. Lui seul, en effet, traite des déterminations qui ne sont pas séparables de la matière, pas même en les considérant seulement en tant que séparables. Quant aux propriétés des corps qui ne sont pas considérées comme leur appartenant de cette façon, leur étude relève

d'un autre que le physicien ; s'il s'agit de propriétés purement accidentelles, elles dépendront de l'art ou de la pratique ; si, sans être séparables, elles ne sont pas considérées comme des déterminations d'un corps d'une nature déterminée (*ἡ δὲ μὴ τοιούτου σώματος πάθη*), mais proviennent d'une abstraction, leur étude relèvera du mathématicien (*Ἐξ ἀφαιρέσεως, ὁ μαθηματικός*). Ainsi donc, le mode de définir en mathématiques ignore la matière sensible, mais non pas toute matière ; car les êtres mathématiques (*τα ἐξ ἀφαιρέσεως*) sont abstraits seulement par opposition aux êtres sensibles qui sont des résultats d'addition (*τα ἐκ προσθέσεως*)<sup>1</sup> tandis que la matière dite intelligible joue le rôle de sujet par rapport à la forme considérée par le mathématicien. Ainsi, le continu à l'égard du droit.

Les 'affections' de l'âme, poursuit Aristote, sont inséparables de la matière physique des animaux ; par suite, c'est en tant que telles qu'elles leur appartiennent, et non pas à la façon de la ligne et de la surface.<sup>2</sup> Dans ce texte, Aristote souligne une idée fondamentale en ce qui concerne la matière intelligible : la notion d'homogénéité. La ligne et la surface sont, elles aussi, inséparables du sensible, mais pas de la même façon que les formes naturelles. La matière intelligible, parce qu'homogène, est indifférente à l'égard des espèces de qualités sensibles, mais la forme naturelle exige une matière appropriée.<sup>3</sup> Il en résulte pour le mathématicien une liberté presque illimitée dans la manipulation de formes indépendantes du sensible ; le physicien, au contraire, doit, dans ses considérations sur la forme naturelle, tenir compte sans cesse d'une matière sensible donnée, car les affections ou déterminations de la forme naturelle varient en raison de la matière qu'elle active.

Après avoir montré que la définition de l'âme relève du philosophe de la nature, Aristote interroge ses devanciers sur la nature de l'âme puis il propose sa propre définition de l'âme : elle est, dit-il, la forme d'un corps naturel organisé (c'est-à-dire pourvu d'outils) ayant la vie en puissance. En vue de justifier cette définition, il rappelle quelques notions générales sur la démonstration, il montre comment certaines définitions sont démontrables, et il applique le tout à la définition de l'âme.

Certaines définitions doivent être démontrées, observe Aristote, car non seulement la 'ratio definitiva' (*ὁ ὁριστικός λόγος*) doit énoncer le fait (*τὸ ὄν*), mais encore contenir et manifester la cause (*τὴν αἰτίαν*).<sup>4</sup> En fait, la plupart des définitions ne sont que de simples conclusions. En voici un exemple tiré de la géométrie. Si l'on demande : qu'est-ce que la quadrature ? et que l'on réponde :

1. *Anal. Post.*, I, 27, 87 a 34.

2. *De l'Âme*, I, 1, 403 b 17.

3. *Phys.*, II, 2, 194 b 9.

4. *De l'Âme*, II, 2, 413 a 14.—*Anal. Post.*, II, 8, 93 a 15.

c'est la construction d'un rectangle équilatéral égal à un rectangle oblong donné, cette définition n'est que l'énoncé d'une conclusion. Répondre, au contraire, que la quadrature est la découverte d'une moyenne (*μέσος ὅρος τὸ ἀρίστον*). Pourquoi Aristote choisit-il un exemple mathématique pour manifester la possibilité de démontrer une définition ? Par souci d'évidence et pour la sûreté de la preuve. On a vu plus haut qu'à ce double point de vue, les illustrations arithmétiques ou géométriques l'emportaient sur les autres. Pourquoi, d'autre part, Aristote se sert-il ici d'une démonstration manifestant le 'propter quid' alors que pour la définition de l'âme il utilise une démonstration par l'effet ? C'est qu'en choisissant un exemple mathématique il ne pouvait apporter d'autre espèce de preuve que celle qui se fonde sur le 'propter quid' et aussi parce que les formes imparfaites de démonstration ne se comprennent bien qu'en regard du mode parfait.

Après avoir établi la définition de l'âme, Aristote procède à la recherche de l'objet de l'intelligence. Interviennent alors des considérations sur l'abstraction mathématique. Il commence par poser un principe général. 'Ce qu'est une chose', dit-il, est distinct de la chose même lorsque celle-ci est individuée par un principe extrinsèque à ce qu'elle est. Cette distinction entre l'essence de la chose et cette chose dont elle est l'essence apparaît dans tous les cas où une forme détermine une matière individuante. Aristote souligne ce fait : « Puisque la grandeur est différente de la quiddité de la grandeur, et l'eau, de la quiddité de l'eau... ». La grandeur est une entité mathématique et l'eau une substance sensible.

Qu'une chose naturelle ne puisse s'identifier avec les principes de son espèce, cela est dû aux principes individuels et aux accidents individuels qui 's'ajoutent' à ce qu'elle est absolument. Aussi compte-t-on une multitude d'individus de même espèce. Dans le cas d'une forme engagée dans une matière sensible, on voit qu'une chose ne peut jamais être l'espèce : celle-ci se réaliserait tout entière en un seul individu ; il ne pourrait y avoir deux hommes, ni deux chênes. Mais ce qui intéresse davantage notre propos, c'est de savoir comment les entités mathématiques comportent une forme dans une matière et comment, dès lors, elles peuvent être multipliées dans les limites d'une espèce. Quand on affirme, en effet, que les formes mathématiques, tout comme les formes naturelles, impliquent un rapport essentiel à une matière, il faut prendre garde d'assimiler totalement les deux cas : il s'agit ici, non pas d'une identité, mais d'une simple analogie, c'est-à-dire d'une proportion : « Dans le cas des êtres abstraits, le droit est 'analogue' (*ὅς*) au canus, car il est joint au continu »<sup>1</sup>. C'est qu'il faut distinguer une double matière : la matière sensible, que l'intelligence néglige dans ses considérations mathématiques, et la matière

1. *De l'Âme*, III, 4, 429 b 18.

intelligible. Cette seconde sorte de matière se comprend ainsi. La quantité, accident fondamental de la substance, implique une priorité sur les qualités sensibles. Dans son abstraction, l'intelligence peut négliger les qualités sensibles et ne retenir dans sa considération que la quantité, car ce qui est antérieur peut-être *considéré* sans ce qui lui est postérieur, même quand il ne peut être sans ce qui lui est postérieur. Alors que les formes naturelles exigent une matière sensible bien déterminée, les formes mathématiques, qui sont abstraites par rapport à une telle matière, exigent néanmoins un sujet dont la quantité est l'ordre. Voilà pourquoi les entités mathématiques ne peuvent jamais se concevoir sans matière intelligible.

Si, donc, les formes mathématiques, tout comme les formes naturelles, disent rapport à une matière, *ce que* les choses sont, si vraiment on peut le dire de plusieurs, ne sera pas identique aux individus dont on peut dire la même chose selon la différence ultime. « La quiddité du droit, si du moins elle est différente du droit, est tout autre chose (que le droit joint au continu) »<sup>1</sup> ainsi observerons-nous une multiplicité d'individus mathématiques : tels triangles équilatéraux, tels cercles, etc. Il faut donc poser un principe en vertu duquel le cercle *a* est distinct du cercle *b* de même rayon. En d'autres termes, il faut une manière de principe d'individuation.

Dans la ligne de cette individuation mathématique, un autre point mérite mention. On peut l'exposer comme suit. La distinction des objets de connaissance fonde la diversité des puissances cognitives ou du moins les différentes manières dont une même puissance peut se comporter. Ainsi, la saisie de la quiddité, tant pour les choses naturelles que pour les êtres mathématiques, relève de l'intelligence ; l'appréhension des individus sensibles s'opère par le sens ; celle des individus mathématiques de même, mais la connaissance de ces derniers se termine dans l' 'imagination'. Ce n'est que par un retour, par une conversion au sens que l'intelligence peut atteindre les individus sensibles et mathématiques.<sup>2</sup>

C'est dans le traité *De l'Âme* qu'Aristote expose pour la première fois de façon assez complète l'abstraction propre à la mathématique. Le problème bénéficiera cependant de plus amples développements dans la partie doctrinale de ce travail.

Le rôle si important de l'imagination dans les sciences mathématiques se laisse deviner à travers le texte concis d'Aristote. Cette doctrine, intégrée ici au problème général de la connaissance, appellera cependant une élaboration nuancée en son lieu. Une fois admis le rôle de l'imagination en mathématique, il faudra essayer de le spécifier, de le décrire, de distinguer les diverses 'espèces' d'imaginations mathématiques (par exemple en géométrie et en algèbre), etc.

1. *De l'Âme*, III, 4, 429 b 19.

2. *De l'Âme*, 8, 432 a 5.

Après avoir établi l'objet de l'intelligence, Aristote passe aux opérations. Il traite tout d'abord de l'intellection des indivisibles. Des trois espèces d'indivisibles qu'il présente, retenons seulement la première, à savoir : le continu. Puisque l'indivisible peut signifier soit l'indivisible en puissance, soit l'indivisible en acte, rien n'empêche de penser l'indivisible quand on pense la longueur (car elle est un indivisible en acte).<sup>1</sup> La ligne, indivisible en acte, se conçoit dans un temps indivisible. Divisible seulement en puissance, on ne peut l'appréhender par concepts distincts à moins de la diviser en parties actuelles. Platon décrit ainsi la saisie du continu par l'intelligence. Celle-ci, dit-il, parcourt la ligne en nombrant les parties une à une ; de cette façon, le continu ne peut se concevoir qu'au cours du temps ; si, au contraire, on appréhende l'indivisible comme d'un seul tenant — et donc comme un indivisible en acte, l'opération se présente alors comme simple et unique. On peut encore saisir deux parties bien distinctes de la ligne en deux instants différents, à condition seulement de saisir chaque partie comme formant un tout par elle-même.

Cette question de la puissance et de l'acte dans le continu et le discret garde toute son actualité. De nombreux problèmes s'y rattachent. Entre autres, la question de la genèse du continu à partir du discret, dans l'Analyse moderne ; les notions de puissance et d'acte dans le cas de la ligne et du calcul, etc.

Une dernière remarque importante d'Aristote dans son traité *De l'Âme* concerne encore l'abstraction mathématique. Il complète ainsi les quelques idées énoncées dans son étude de l'objet de l'intelligence. Dans le passage que nous allons transcrire et brièvement commenter, il se demande comment l'intelligence saisit les objets séparés du sensible. Il explique alors le processus de l'abstraction et l'applique aux objets mathématiques.

Quant à ce qu'on appelle abstractions, dit-il, l'intelligence les pense comme on intelligerait le camus : en tant que camus, on ne le penserait pas à l'état séparé ; mais, en tant que concave, si on le concevait en acte, on l'appréhenderait sans la chair dans laquelle le concave est réalisé : c'est ainsi que, quand l'intellect pense les objets mathématiques, il les pense comme séparés, bien qu'en réalité ils ne soient pas séparés.<sup>2</sup>

L'abstraction, au sens strict, s'entend des objets unis dans la réalité, mais séparables en notion. Ainsi je puis concevoir Platon géomètre et poète en ne retenant dans ma considération que la dernière de ces qualités, car elles ne s'incluent pas nécessairement. Le concept d'homme, au contraire, enveloppe celui d'animal ; cette dernière notion entre dans la définition de la première et le contenu du concept qui porte sur une essence ne peut ignorer l'un ou l'autre des éléments

1. *De l'Âme*, III, 6, 430 b 7.

2. *De l'Âme*, III, 7, 431 b 13.

constituants. Notons, d'autre part, que cette abstraction s'assimile, non pas à une négation, qui entraînerait la fausseté, mais à une non-consideration, qui relève du pouvoir de l'intelligence d'envisager un objet dans sa priorité, dans sa relative indépendance de ce qui vient après.

Grâce à l'abstraction, l'intelligence pense les *μαθηματικά* — qui, en réalité, sont inséparables du sensible — comme des choses séparées. L'esprit, en ce cas, conçoit 'le camus en tant que concave', selon l'expression d'Aristote ; c'est-à-dire qu'il conçoit le concave sans considérer la matière sensible qui lui est jointe. Cette manière de saisir une forme qui ne pourrait exister à l'état séparé est propre à la mathématique. Et cette forme, comme Aristote l'a déjà enseigné, n'est autre que la quantité. Celle-ci, sous son état mathématique, n'est plus soumise aux contingences sensibles<sup>1</sup> et elle retient pour elle le mode démonstratif le plus rigoureux qui soit.

Le traité *De l'Âme* souligne donc, avant tout, le problème essentiel de l'abstraction mathématique. Celle-ci comporte, pourrait-on dire, une double face : la nature de l'objet mathématique, puis le mode de connaissance de cet objet. La doctrine présentée ici, sans comporter tous les développements désirables, contient le fondement de toutes les tentatives d'élaboration ultérieure sur l'abstraction mathématique.

### III. La matière intelligible dans les « *Métaphysiques* »

Tournons maintenant les *Métaphysiques*. Dans ce traité, toute la doctrine concernant la matière intelligible se verra peu à peu développée au fil des considérations sur l'être comme tel. Nous en ferons, comme pour les deux traités précédents, une présentation littéraire accompagnée d'un bref commentaire. Mais nous réservons pour la section suivante les développements qui peuvent être suggérés.

Dans la *Métaphysique*, Aristote rappelle à maintes reprises l'existence de la matière intelligible.<sup>2</sup> Mais comment s'y prend-il pour en dégager la notion ?

Le mathématicien fait porter ses recherches sur des abstractions (*τὰ ἐξ ἀραιώσεως*) car, dans ses investigations, il fait d'abord abstraction de tous les caractères sensibles de son objet, tels que la pesanteur et la légèreté, la dureté et son contraire, ainsi que la chaleur et le froid et tous les autres contraires d'ordre sensible ; il conserve seulement la quantité et le continu à une, à deux ou à trois dimensions, avec leurs attributs, en tant que ces objets sont affectés de quantité et de continu, et il ne les étudie point sous d'autres rapports...<sup>3</sup>

1. *Métaph.*, XII, 2, 1076 a 37.

2. *Métaph.*, VII, 10, 1036 a 8. — *Ibid.*, 1037 a 4. — *Ibid.*, 1045 a 33.

3. *Métaph.*, XI, 3, 1061 a 28.

Et cœurs :

Des choses définies, c'est-à-dire des essences, les unes sont comme le camus (*συμόν*) les autres comme le concave (*κοίλον*). La différence consiste en ce que le camus est une combinaison d'une forme avec une matière ; parce que le camus, c'est le nez concave, tandis que la concavité (*κοιλότης*) est indépendante de la matière sensible.<sup>1</sup>

Les 'réalistes' en matière mathématique soutenaient une double position : celle de l'immanence des entités mathématiques dans le sensible et celle de l'existence de réalités mathématiques supra-sensibles.<sup>2</sup> L'opinion d'Aristote occupe un degré intermédiaire : les entités mathématiques comme telles n'existent que dans la pensée et l'imagination. L'intelligence dégage les notions mathématiques de leur contexte sensible ; elle néglige les propriétés sensibles dans sa considération des entités mathématiques, sans réifier celles-ci pour autant.<sup>3</sup> Alors que cette abstraction est exempte de fausseté (abstraire n'est pas mentir), la méthode platonicienne aboutit à un réalisme erroné.

Grâce à l'abstraction, les objets mathématiques participent à l'immobilité de la pensée ; ils se situent en dehors de la contingence propre à la matière sensible.

Le continu déchargé de toute implication sensible est rendu accessible à l'intelligence, grâce à la priorité de la quantité sur les autres accidents :

On admet que points, lignes et surfaces possèdent l'antériorité logique ... Une telle antériorité existe quand les êtres sont antérieurs à ceux dont les notions sont formées de leurs propres notions ... Nous avons suffisamment établi que les objets mathématiques sont moins substantances que les corps ; qu'elles ne sont pas antérieures par l'existence aux choses sensibles, mais seulement au point de vue logique ; qu'enfin elles ne peuvent d'aucune manière exister à l'état séparé.<sup>4</sup>

Grâce au dépouillement de l'objet réalisé par l'abstraction, la considération intellectuelle se rapproche de plus en plus de la substance, mais sans l'atteindre comme telle, car les mathématiques portent directement sur de l'accidentel ;<sup>5</sup> l'intelligence s'arrête à l'accident le plus fondamental de la substance, la quantité. La quantité, toutefois, même mathématique, n'est pas sans sujet, et ne peut être considérée sans sujet.

Dans son appréhension de la quantité, l'intelligence ne peut donc faire abstraction de la substance, qui est antérieure à la quantité et en

1. *Méaph.*, VI, 1, 1025 b 30. — *Ibid.*, 1030 b 16 ss ; 1036 a 4 ss ; 1036 b 1 ss ; etc.  
2. *Méaph.*, XIII, 2, 1076 a 38 ss.  
3. *Méaph.*, VII, 11, 1036 b 3.  
4. *Méaph.*, XIII, 2, 1077 b 1 ss.  
5. *Méaph.*, XII, 8, 1073 b 5.

constitue le sujet. La quantité, en effet, confère un ordre aux parties de la substance matérielle. Et la matière intelligible apparaît précisément comme les parties de la substance dont la quantité est l'ordre ; elle s'identifie avec le continu, mais celui-ci n'est pas pure forme ; il inhère à un sujet. Aristote présente à la matière intelligible une définition descriptive, par comparaison à la matière sensible : « La matière sensible (*ὅλη αίσθητή*), dit-il, c'est celle qui est comme l'airain, le bois, et toute matière soumise au mouvement ; la matière intelligible (*ὅλη νοητή*) est celle qui se trouve bien dans les êtres sensibles, mais non en tant que sensibles, comme les êtres mathématiques ». <sup>1</sup> « Par cercle intelligible, dit-il encore, j'entends, par exemple, ceux de la mathématique ; par cercles sensibles, les cercles d'airain ou de bois ». <sup>2</sup> Il identifie la matière intelligible de manière plus précise dans le texte suivant déjà cité :

Le mathématicien fait porter ses recherches sur des abstractions ; car, dans ses investigations, il fait d'abord abstraction de tous les caractères sensibles de son objet ... il conserve seulement la 'quantité et le continu' (*τὸ ποσὸν καὶ συνεχές*) à une, à deux ou à trois dimensions, avec leurs attributs, en tant que ces objets sont affectés de 'quantité et de continu'. <sup>3</sup>

La matière intelligible déborde-t-elle les limites du continu ? Sans doute. Elle comporte la même division que la quantité. Or celle-ci peut être une multiplicité (*πληθος*) ou quantité nombrable ou tout simplement nombre ; la quantité peut encore être une grandeur (*μέγεθος*). La multiplicité ou nombre est, en puissance, divisible en parties non continues, et la grandeur en parties continues.<sup>4</sup> Bref, la notion de matière intelligible se réalise dans tout ce qui comporte divisibilité dans le domaine de la quantité, qu'il s'agisse de nombres ou de continuité. Car le continu et le discret peuvent tomber sous une considération qui néglige tout aspect sensible.

Quant à l'irréductibilité du continu et du discret, elle se fonde sur la diversité essentielle de leurs principes : l'un et le point : « Ce qui est quantitativement, et en tant que quantité, indivisible et n'a pas de position (*ἄθετον*) s'appelle unité ; ce qui est indivisible absolument mais a position est le point ». <sup>5</sup> Ces deux principes diffèrent comme le plus abstrait se distingue du moins abstrait. Alors, divisant le continu à une dimension, on ne peut jamais aboutir à l'unité sans position, puisque, par définition, l'extrême limite de divisibilité de la ligne est 'l'un ayant position' ; et, d'autre part, multipliant 'l'un sans position' on ne peut jamais obtenir le continu qui, dans son

1. *Méaph.*, VII, 10, 1036 a 10.  
2. *Méaph.*, 1036 a 3.  
3. *Méaph.*, 1061 a 28 ss.  
4. *Méaph.*, V, 13, 1020 a 6.  
5. *Méaph.*, V, 6, 1016 b 24. — *Post. Anal.*, I, 88 a 30.

principe, présuppose un élément essentiellement nouveau, à savoir la position.

Autre caractéristique du continu et du discret : l'homogénéité. Et tout d'abord, pour le continu : « Si le tout est hétérogène, dit Aristote, les lieux des parties le seront aussi ; et le corps du tout ne comportera que l'unité de contact ».<sup>1</sup> De parties spécifiquement différentes, il ne peut exister d'unité par soi et donc de continuité : on parlera tout au plus 'd'agrégat' d'objets, d'unité accidentelle. Et cela se comprend. Considéré d'un point de vue synthétique, le continu se définit : ce dont les extrémités sont une seule et même chose, ou encore : ce dont les parties sont jointes par un terme commun.<sup>2</sup> Si, par un point désigné, on divise actuellement une ligne, ce point spécifiquement un forme un terme commun aux deux parties de la ligne, c'est-à-dire un terme pour la partie avant et un terme pour la partie après. Ces deux parties seront donc nécessairement 'unes' spécifiquement. Comme, d'autre part, le continu divisible en puissance peut être divisé à n'importe quel endroit (sauf aux extrémités qui d'ailleurs font partie intrinsèque du tout), il s'ensuit que toutes les parties du continu sont homogènes et qu'il serait absurde (cela irait contre la définition même du continu) de supposer un continu composé de parties hétérogènes.<sup>3</sup>

Le nombre exige-t-il aussi homogénéité de nature pour les unités qui le composent ? Tout autant. « L'essence de chaque nombre est ce qu'il est une fois (ἅπαξ) : six, par exemple, n'est pas deux fois ou trois fois un nombre, mais une fois, car six est une fois six ».<sup>4</sup> Et ailleurs :

Une substance ne peut provenir de substances qu'elle contiendrait en acte ; car ce qui est ainsi deux en acte, ne sera jamais un en acte... Si donc la substance est une, elle ne peut provenir de substances contenues en elle, comme Démocrite l'a observé avec raison. Il dit qu'il est impossible qu'un vienne de deux, ou que deux naisse d'un, car il identifie les substances avec les grandeurs indivisibles. La même chose vaudra évidemment dans le cas du nombre, si l'on admet, avec certains philosophes, que le nombre est une synthèse d'unités.<sup>5</sup>

Voici un dernier texte tout aussi explicite :

Le nombre, doit contenir un principe qui le rende un, et nos adversaires (c'est-à-dire ceux qui le composent d'unités) sont incapables de dire

1. *Métaph.*, XI, 10, 1067 a 15.

2. *Phys.*, VI, 1, 231 a 2.

3. D'autres textes à l'appui : *Métaph.*, X, 1, 1052 a 19, où il s'agit, en premier lieu, d'un tout 'uniforme' animé d'un mouvement unique et simultané (*toia simul et uno motu movetur*). — *Ibid.*, XII, 6, 1016 a 4.

4. *Métaph.*, XII, 14, 1020 b 7.

5. *Métaph.*, VII, 13, 1039 a 4 ss.

en quoi le nombre est un, s'il est un. Ou bien, en effet, le nombre n'est pas un, mais il est simple juxtaposition, ou bien il est un, mais alors il faut expliquer ce qui constitue l'unité de la pluralité.<sup>1</sup>

Si le nombre comporte une unité essentielle et non seulement accidentelle ou d'agrégat (*coaccervatio*), il doit être composé d'éléments homogènes actuels par une forme unique. C'est l'unité ultime qui confère au nombre sa forme et son unité spécifique.

Le continu et le discret, malgré leur irréductibilité essentielle, comportent une exigence commune : l'homogénéité de nature de leurs composants. Cependant, il s'agit d'homogénéité dans les lignes respectives du continu et du discret. Car ces deux espèces de la quantité impliquent, comme on l'a vu, hétérogénéité de principes : le Point est un résultat de l'addition par rapport à l'Un. Aussi le principe du discret revêt-il une plus grande simplicité que le principe du continu. Cette distinction des principes nous met en face d'une double matière intelligible, qui fait l'objet d'une double science mathématique : l'arithmétique, qui traite du discret, et la géométrie, qui porte sur le continu.<sup>2</sup> Il s'agit d'une subdivision à l'intérieur d'un même degré générique d'abstraction.<sup>3</sup>

Par définition, les 'produits de l'abstraction' mathématiques ont une origine intuitive. La genèse même des êtres mathématiques s'oppose à l'immanentisme aussi bien qu'à l'existence supra-sensible de ces entités.<sup>4</sup> Si Aristote maintient l'origine intuitive des objets mathématiques, c'est par soumission à l'expérience. Les enfants se familiarisent vite avec les notions mathématiques élémentaires à cause, pour une bonne part, de l'origine sensible de ces dernières.<sup>5</sup> Poser des choses mathématiques séparées, selon le mode platonicien, c'est les rendre inaccessibles au jeune âge en raison précisément de leur élévation. Dans l'ordre d'acquisition des sciences, il faudrait alors classer les mathématiques au niveau de la métaphysique, c'est-à-dire à l'échelon supérieur, et leur appliquer la dénomination de sagesse ou encore de 'reine des sciences' comme l'ont fait certains modernes. Aristote assigne à la mathématique un rang plus modeste ; il la rapproche davantage de la science naturelle. Celle-ci étudie des êtres séparés, mais non immobiles, dit-il, et les mathématiques étudient des êtres immobiles, sans doute, mais inséparables de la matière, et comme engagés en elle.<sup>6</sup> Très souvent, en parlant de la matière

1. *Métaph.*, VIII, 3, 1044 a 3.

2. *Métaph.*, I, 2, 982 a 25.

3. *Métaph.*, IV, 2, 1004 a 8.

4. *Métaph.*, XIII, 2, 1076 a 37 ss.

5. *Ethic.*, VI, 8, 1142 a 19.

6. *Métaph.*, IV, 1026 a 14.

intelligible. Il rappelle son étroite relation au sensible : « La matière sensible, c'est celle qui est comme l'airain, le bois, et toute matière soumise au mouvement ; la matière intelligible est celle qui se trouve bien dans les êtres sensibles, mais non en tant que sensibles, comme les êtres mathématiques ».<sup>1</sup> Les êtres mathématiques sont, par leur origine, tellement enracinés dans le sensible que leur abstraction de la matière ne se fait pas sans effort.<sup>2</sup> L'oubli du principe de l'origine intuitive des mathématiques a converti ces sciences en un pur jeu de relations formelles.

L'origine sensible des choses mathématiques n'altère en rien la pureté formelle de leurs objets considérés sur le plan de l'abstraction. La mathématique constitue, par excellence, le domaine de l'immobile et donc du nécessaire. Que les mathématiques, dit Aristote, étudient des êtres en tant qu'immobiles et en tant que séparés, c'est ce qui est évident.<sup>3</sup> Il en résulte une rigueur incomparable dans les démonstrations mathématiques ; la quantité ainsi abstraite revêt, pour nous, une intelligibilité et une immobilité qui en font l'objet de choix de la certitude scientifique. Aussi avons-nous vu Aristote puiser dans les mathématiques ses exemples de démonstrations dans son traité des *Seconds Analytiques*, où il établit la doctrine générale du syllogisme scientifique.

À ce niveau abstrait, quel rôle joue la notion de bien et de fin ? La mathématique se meut dans le monde des formes abstraites ; voilà pourquoi seule la cause formelle intervient dans les démonstrations mathématiques ; la cause finale n'est d'aucune utilité en ce domaine : « Les mathématiques ne démontrent rien par cette sorte de cause ; ni non plus par les démonstrations du genre : ' parce que c'est mieux ou pire ' ; et même aucun mathématicien ne s'occupe de considérations semblables ».<sup>4</sup> Le bien comme fin se trouve, en effet, dans les choses ou dans l'action (*ἐν πράξει*) et non pas dans de purs résultats d'abstraction. L'appétit, en effet, tend vers les choses considérées dans leur existence concrète et non pas vers leur représentation. Au contraire, l'intelligence du mathématicien se désintéresse des objets concrets. En pareil cas, on le voit, le mouvement de l'appétit va à rebours du mouvement de l'intelligence : l'un se dirige vers les choses, l'autre s'en éloigne. Il n'existe proprement ni action, ni fin dans les objets mathématiques (sinon en un sens purement métaphorique), voilà pourquoi le mathématicien ne démontre ni par la cause efficiente, ni par la cause finale. À noter qu'Aristote ne nie pas simplement l'existence du bien en mathématiques, mais du bien considéré sous la

1. *Métaph.*, VII, 10, 1036 a 10. — Même idée à : 1025 b 30-35 ; 1061 a 29 ss. (Texte déjà cité et des plus explicites) ; 1064 a 33.  
2. *Métaph.*, 1036 b 3.  
3. *Métaph.*, VI, 1, 1026 a 7 ss.  
4. *Métaph.*, III, 2, 996 a 29.

raison de principe ou de fin du mouvement ; la connaissance des mathématiques, d'autre part, est un bien de l'intelligence.

Si les sciences mathématiques se désintéressent de la considération du bien, elles se présentent, en revanche, comme les disciplines les plus apparentées au beau :

Ils sont dans l'erreur ceux qui assurent que les sciences mathématiques ne traitent ni du beau, ni de ce qui est accompli en son genre ; car elles décrivent et manifestent ces qualités à leur plus haut degré. Parce qu'elles ne le nomment pas, en effet, il ne s'ensuit point qu'elles n'en parlent pas, car elles en montrent les effets et les principes. Les formes les plus hautes du beau sont l'ordre, la symétrie, le défini : toutes choses que font surtout apparaître les sciences mathématiques.<sup>1</sup>

Il s'agit là d'une beauté toute formelle, d'une beauté d'ordre, de rapport, de proportion, d'enchaînement rigoureux, qui émerveille la raison (celle-ci se définit dans le sens même de la comparaison, du rapport, du lien : elle procède d'une chose à l'autre) et la comble.

Les mathématiques ne traitent pas du beau comme tel (cette étude relève de la métaphysique), mais elles montrent que certains objets possèdent les attributs qui sont l'âme même de la beauté, à savoir l'ordre (*τάξις*) ou arrangement spatial des parties dans le tout ; la symétrie (*συμμετρία*) ou proportion des parties par rapport au tout ; et le défini (*ὁρισμένον*) les dimensions propres au tout lui-même.<sup>2</sup> Ces termes peuvent cependant s'étendre et s'appliquer à la disposition, ordre ou arrangement de n'importe quelle argumentation qui répondrait à la notion de beauté à cause précisément de l'équilibre harmonieux des parties.

Un dernier point, et non des moindres, a attiré l'attention d'Aristote dans ses considérations sur la matière intelligible ; il s'agit de la vérification expérimentale des données mathématiques. Celles-ci peuvent-elles trouver leur correspondant exact dans le monde sensible ? Aristote le tient pour impossible :

Les lignes sensibles ne sont pas comme celles dont nous entretenient le géomètre (car les sens ne nous donnent ni ligne droite, ni ligne courbe conforme à la définition ; le cercle sensible ne touche pas la règle en un point seulement, mais de la manière qu'indiquait Protagoras dans sa Réfutation des Géomètres) ; les mouvements et les révolutions du Ciel ne sont pas non plus les mêmes que dans les calculs astronomiques, ni enfin les symboles des astronomes (les points) ne sont de même nature que les astres.<sup>3</sup>

1. *Métaph.*, XIII, 3, 1078 a 32.  
2. W.-D. Ross, II, p. 419.  
3. *Métaph.*, III, 2, 998 a 1.

Dans un autre texte, il s'exprime de façon tout aussi explicite :

Si, d'autre part, les objets mathématiques intermédiaires, dont parlent ces philosophes n'existent pas, de quelles choses faut-il supposer que s'occupe le mathématicien ? Ce n'est sûrement pas des objets de notre monde sensible, car aucun d'eux ne possède les qualités requises par les sciences mathématiques.<sup>1</sup>

Si les notions mathématiques ne sont pas susceptibles de vérification sensible, les données expérimentales trouvent, au contraire, et avantageusement, une vérification mathématique. La montée vers le plus formel s'opère au bénéfice de la précision et de la certitude, alors que la descente vers le matériel et le sensible s'effectue au détriment de l'exactitude, du déterminé, du défini :

Les impossibilités qui découlent de cette théorie dans le domaine mathématique s'appliqueront aussi, en conséquence, aux corps naturels, mais il y a également, dans ces derniers, des impossibilités qui ne sont pas d'ordre mathématique, du fait que les notions mathématiques sont des produits de l'abstraction, tandis que les corps naturels proviennent de l'addition.<sup>2</sup>

On peut se demander pourquoi, en dernière analyse, les notions mathématiques ne sont pas susceptibles de vérification expérimentale. Cette question sera discutée plus loin.

Voilà donc réunies, de façon très schématique, quelques idées fondamentales présentées par Aristote sur la matière intelligible. Ces notions serviront de base à l'élaboration de la partie doctrinale de ce travail. Il faut donc s'attendre à les retrouver toutes, mais dans un contexte élargi et enrichi de tout l'apport des commentaires de saint Thomas et des considérations d'auteurs plus récents.

FRÈRE AUGUSTIN-GABRIEL, S.G.

(À suivre.)

## Some Considerations about Number

The word "number" is used in many ways. As G. Birkhoff says :

Number means a positive integer such as 17, a real quantity such as  $\pi$  or  $-2$ , or an element of any of various abstract mathematical generalizations of the system of real numbers. These generalizations include complex numbers, quaternions and other hypercomplex numbers, modular numbers and transfinite cardinal and ordinal numbers...<sup>1</sup>

This multiple use of the word is also seen in Russell's definition of "number" as "anything which is the number of some class." If number did not refer to something different in the definition than it does in the definitum, the definition would be circular and thus useless. Russell is aware of this and says :

Such a definition has a verbal appearance of being circular, but in fact it is not. We define 'the number of a given class' without using the notion of number in general ; therefore we may define number in general in terms of 'the number of a given class' without committing any logical error.<sup>2</sup>

Russell would call this multiple use of word "systematic ambiguity." It has been suggested that "analogous name" might be a better expression for such employment of a word.<sup>3</sup> However, not every word employed with different applications to many things is to be called "analogous." Some, such as the word "bark" used to signify the sound made by a dog and also the covering of the trunk of a tree, seem to have nothing in common other than the purely material elements of the language itself. Others, such as "healthy" when used to signify the body and food, are usually employed deliberately to indicate that the things thus commonly named have a certain common aspect which can be signified in this manner even though the things themselves possess quite different natures. In this context the word "number" as used by Birkhoff and by Russell would seem to be an analogous name. Supposing this to be true, there is yet another difficulty. The analogous name must signify only one common aspect in the various things signified by that name, unless we are to impose

1. Article on *Number*, Encyclopaedia Britannica, Ed. 1956.

2. B. Russell, "Definition of Number," in *The World of Mathematics*, edited by James R. Newman, Simon and Schuster, New York, 1956, p.542.

3. Charles De KONINCK, "Metaphysics and the Interpretation of Words," in *Laval théologique et philosophique*, 1961, Vol. XVII, n.1, p.22.

1. *Métaph.*, XI, 1, 1059 b 9. — *Ibid.*, XIV, 2, 1089 b 20 ss.

2. *De Coelo*, III, 1, 299 a 16 ss.

"improper subset," or none, the "null set." It is precisely because of this indeterminacy connected with matter that any realistic representation of things and events requires the distinction between necessary and contingent as above; between potency and act, whereby a thing, while being one thing at the moment, e.g., hot, is nevertheless at the same time potentially some other thing, e.g., cold; between "formally" and "materially," whereby the same subject which is a doctor medicating formally, may at the same time, by virtue of an identity of subject, be a musician medicating materially; when such a doctor medicates, it is the doctor medicating *per se*, and the musician which he happens to be, medicating *per accidens*.

Plainly all these "ambivalent" traits stem in some way from the indeterminacy peculiar to material beings, expressed in the fact that no one form exhausts the continuing potentiality of matter to other forms — when a thing is actually under one form, it is potentially able to be under another. The fact that the material individual's operation at any given moment is relatively limited means that while it is formally one thing, it is materially or potentially others; while it is one thing *per se*, it is many *per accidens*.

Any representation of the material individuals composing sensible reality which does not allow for their intrinsic mutability, as any purely mathematical representation which freezes things into permanent categories does not, will necessarily prove inadequate. If the ambivalent potentiality whereby something may belong simultaneously to two opposing categories is eliminated, one runs into paradoxes of barbers who can't be either of two things because to do so they would have to be both (as they actually are in reality). Does this nullify the suitability of mathematical representations? No; but it does stress the need for the introduction of distinctions. Otherwise, the price of simplicity is the sacrifice of veridical representation.

Pierre H. CONWAY.

## Matière intelligible et mathématique\*

### B. PRÉSENTATION DOCTRINALE DE LA MATIÈRE INTELLIGIBLE

La section précédente résumait la pensée d'Aristote sur la matière intelligible. Les éléments recueillis à travers les œuvres les plus explicites sur ce sujet ont reçu, à travers les âges, de multiples enrichissements, grâce aux commentateurs, dont le principal est saint Thomas. C'est cet ensemble doctrinal qui fera l'objet de la présente section.

#### I. Définition naturelle et définition mathématique p. 69

La définition a pour rôle de distinguer et de manifester ce qu'est l'objet défini; elle se ramène à une sorte de discours qui explicite les principes de la chose à connaître et, par suite, la différence de toutes les autres.<sup>1</sup>

La définition se dénomme 'discours' (*ratio vel oratio*) en ce qu'elle comporte une certaine composition de noms ordonnée par la raison. L'explicitation parfaite de ce qu'est une chose, c'est-à-dire de son essence, requiert, en effet, la multiplicité des termes qui représentent les principes de l'objet dans un rapport actuel de puissance et d'acte; un seul nom ne peut remplir ce rôle complexe.<sup>2</sup>

À noter, d'autre part, que la définition convient proprement à l'espèce et non aux entités premières ni aux genres comme tels.<sup>3</sup> Seule, en effet, l'espèce comporte une pluralité de principes liés entre

\* Cf. *Laval théologique et philosophique*, vol. XVII, 1961, n° 2, pp. 173-196.

1. « Est autem terminus sive definitio, quaedam oratio explicite et per partes potentiae et actus significans quid essentialiter et substantialiter est esse rei definitae, ita quod perfectum esse sit demonstrans, et totum secundum partes, et ordinem ad ultimum, quod respectu omnium praecedentium est actus et complementum. » S. ALBERT, *In I Top.*, Tract. II, ch. 2. Il faut cependant faire une distinction, à ce sujet, entre principes de la chose et composants du discours. Le point et l'unité, simples, par exemple, ne sont complexes que dans leurs définitions.

2. « Dicit ergo primo, quod omnis definitio est quaedam ratio, id est quaedam compositio nominum per rationem ordinata. Unum enim nomen non potest esse definitio, quia definitio oportet quod distincte notificet principia rerum quae concurrunt ad essentiam rei. Et propter hoc dicitur in principio *Physicorum*, quod definitio dividit definitum in singularia, id est exprimit distincte singula principia definiti. Hoc autem non potest fieri nisi per plures dictiones: unde una dictio non potest esse definitio, sed potest esse manifestativa eo modo, quo nomen minus notum manifestatur per magis notum. Omnis autem ratio partes habet, quia est quaedam oratio composita, et non simplex nomen. Et ideo videtur quod sicut se habet ratio rei ad rem, ita se habent partes rationis ad partes rei. » S. THOMAS, *In VII Metaph.*, lect. 9, n. 1460. Cf. *Ibid.*, lect. 15, n. 1614.

3. « Nilhil proprie definitur nisi species. » *Ibid.*, V, lect. 8, n. 877.

eux par le rapport de puissance à acte ; voilà pourquoi une définition s'effectue à partir du genre et de la différence.<sup>1</sup>

Il importe de souligner que le genre se prend de la matière de l'objet défini et la différence de la forme.<sup>2</sup> Les définitions naturelles exigent toujours, en conséquence, matière et forme.<sup>3</sup> De même en est-il pour les définitions mathématiques.<sup>4</sup> Les deux espèces de définitions impliquent cependant des différences fondamentales<sup>5</sup> qui ressortiront de leur étude respective.

La forme naturelle apparaît comme l'acte d'une matière. Or, bien que celle-ci ne constitue pas une partie de celle-là, néanmoins la matière sans laquelle l'intelligence ne saurait concevoir la forme doit entrer dans la définition de cette dernière.<sup>6</sup> Voilà pourquoi, dans le cas de choses naturelles, la matière sensible doit intervenir.<sup>7</sup>

... Res naturales habent in sui definitione materiam sensibilem, et in hoc differunt a mathematicis... Materia sensibilis [est] pars essentialis substantiarum naturalium, non solum quantum ad individua, sed etiam quantum ad species ipsas.<sup>8</sup>

1. « Et inter universalia proprie est species, quae constituitur ex genere et differentia, ex quibus omnis definitio constat. » *Ibid.*, VII, lect.6, n.1502.

2. S. THOMAS, *In VII Metaph.*, lect.9, n.1463.

3. *Ibid.*, VI, lect.1, nn.1157-1160.

4. « Sive in sensibilibus, sive in mathematicis, semper oportet quod sit in definitionibus aliquid quasi materia et aliquid quasi forma. » *Ibid.*, VIII, lect.5, n.1761. Etiam : VI, lect.1, nn.1160 ss. ; VII, lect.11, nn.1507 ss.

5. « Neque etiam forma tantum substantiae compositae essentia dici potest quamvis quidam hoc asserere conentur. Ex his enim quae dicta sunt patet quod essentia est id quod per definitionem rei significatur. Definitio autem substantiarum naturalium non tantum formam, sed et materiam continet. Aliter enim definitiones naturales et mathematicae non different. » S. THOMAS, *De Ente et Essentia*, c.2.

6. « Licet enim materia non sit pars formae, tamen materia sine qua non potest concipi intellectu forma, oportet quod ponatur in definitione formae ; sicut corpus organicum ponitur in definitione animae. Sicut enim accidentia non habent esse perfectum nisi secundum quod sunt in subiecto, ita nec formae nisi secundum quod sunt in propriis materiis. Et propter hoc, sicuti accidentia definiuntur ex additione subiectorum, ita et forma ex additione propriae materiae. » S. THOMAS, *In VII Metaph.*, lect.9, n.1477. Cf. *In II De Anima*, lect.1, n.213.

7. « Omnia autem naturalia simili modo definiuntur sicut simum, ut patet in partibus animalis tam dissimilibus, ut sunt nasus, oculus et facies, quam similibus, ut sunt caro et os ; et etiam in toto animali. Et similiter in partibus plantarum quae sunt folium, radix et cortex ; et similiter in tota planta. Nullius enim praedictorum definitio potest assignari sine motu : sed quodlibet eorum habet materiam sensibilem in sui definitione, et per consequens motum. Nam cuiuslibet materiae sensibili competit motus proprius. In definitione enim carnis et ossis, oportet quod ponatur calidum et frigidum aliquo modo contemperatum ; et similiter in aliis. Et ex hoc palam est quis est modus inquirendi quidditatem rerum naturalium, et definiendi in scientia naturali, quia scilicet cum materia naturali. » S. THOMAS, *In VI Metaph.*, lect.1, n.1158.

8. S. THOMAS, *In VII Metaph.*, lect.9, n.1468 ; *Ia*, q.85, a.1, ad 2 ; *In De Trin.*, q.5, a.1, c. ; a.2 : « Et ideo ratio hominis quam significat definitio et secundum quam procedit scientia, consideratur sine his carnibus et sine his ossibus, non autem sine carnibus et ossibus absolute. »

La définition d'une forme naturelle qui ne comprendrait pas de matière sensible serait insuffisante et seulement dialectique : « ... Omnis forma, quae est in materia determinata, nisi in sua definitione ponatur materia, illa definitio est insufficiens. »<sup>1</sup> Un peu plus loin, saint Thomas complète ainsi sa pensée : « Dicendum quod illa (*definitio*) quae considerat formam tantum, non est naturalis, sed logica. »<sup>2</sup> La définition logique, c'est-à-dire établie selon le mode logique, s'appuie sur des principes communs et probables tels qu'on les utilise en dialectique.<sup>3</sup> Ainsi, par exemple, une définition qui enveloppe à la fois les formes pures et l'âme humaine devient dialectique quand on l'applique à cette dernière, car alors on se tient sur un plan commun et non pas propre à l'objet défini.<sup>4</sup>

Par contre, une définition naturelle qui ne ferait mention que de la matière serait sans doute naturelle, mais encore insuffisante : naturelle, car la matière sensible constitue un principe propre des êtres naturels ; insuffisante, car la matière implique toujours relation à une forme et elle n'a d'être qu'en vertu de cette dernière. À la définition par la matière joignons celle par la forme et il en résultera une définition pleinement naturelle.<sup>5</sup>

Certains philosophes ont refusé d'admettre la matière dans les définitions naturelles, sous prétexte, raisonnaient-ils, qu'elle ne constitue pas une partie de l'espèce, mais seulement un principe de l'individu. Or seule l'espèce, comme on l'a dit, est susceptible de définition.<sup>6</sup> Sans doute est-ce avec raison que ces logiciens proclamaient l'individu indéfinissable, précisément à cause de sa matière ;<sup>7</sup> celle-ci ne com-

1. S. THOMAS, *In I De Anima*, lect.2, n.25.

2. *Ibid.*, n.28.

3. « Dicuntur autem primae rationes logicae, non quia ex terminis logicis logice procedant, sed quia modo logico procedunt, scilicet ex communibus et probabilibus, quod est proprium syllogismi dialectici. » *In III Phys.*, lect.8, n.1.

4. Ainsi encore la substance considérée comme genre, convient, à la fois, aux substances séparées et aux substances sensibles. Cf. *In De Trin.*, q.6, a.3, c. Voilà pourquoi cette manière d'envisager la substance est logique. Car, au fond, ces deux espèces de substances sont « fere equivocae ». Dans un tel processus, on adopte une perspective commune aux deux espèces de substances. Aussi les conclusions acquises ne peuvent-elles déborder le niveau de la dialectique.

5. « Illa autem (definitio), quae est circa materiam, ignorat autem formam, nullus est nisi naturalis. Nullus enim habet considerare materiam nisi naturalis. Nihilominus tamen illa quae ex utrisque est, scilicet ex materia et forma, est magis naturalis. Et duae harum definitionum pertinent ad naturalem : sed una est imperfecta, scilicet illa quae ponit materiam tantum ; alia vero perfecta, scilicet illa quae est ex utrisque. Non enim est aliquis qui consideret passiones materiae non separabiles, nisi physicus. » *In I De Anima*, lect.2, n.27. Cf. *In VII Metaph.*, lect.11, n.1527.

6. *Ia*, q.75, a.4 ; q.85, a.1, ad 2.

7. « ... Singularium quae sunt in rebus corporalibus, non est intellectus apud nos, non ratione singularitatis, sed ratione materiae, quae est in eis individuationis principium. » *Ia*, q.56, a.1, ad 2.

porte-elle pas, en effet, une indétermination qui échappe à l'intelligence.<sup>1</sup> Ils avaient le tort de s'en tenir aux limitations de la matière individuelle et ils oublièrent de considérer la matière sensible 'commune' qui fait partie intégrante de l'espèce et qui, à ce titre, doit entrer dans une définition naturelle. Si, en effet, tel homme ne se peut concevoir en dehors de cette chair, de ces os, etc., comment l'espèce humaine, qui contient les individus, ne comprendrait-elle pas ce qui constitue, de façon commune, leur substance même : « Oportet enim de substantia speciei esse quidquid est communiter de substantia omnium individuorum sub specie contentorum. »<sup>2</sup>

Bref, le mode propre de l'intelligence dans les définitions naturelles consiste à négliger l'individu, cet intelligible en puissance, pour ne retenir dans sa considération qu'un intelligible en acte qui ne se peut concevoir sans matière sensible.<sup>4</sup>

Les mathématiques comportent, dans leur manière de définir, une certaine similitude avec le mode naturel : elles aussi impliquent matière et forme dans leurs objets. Ainsi, la figure du cercle implique à l'égard de la ligne un rapport semblable à celui de l'âme vis-à-vis du corps.<sup>5</sup> Mais il s'agit là d'une simple proportion, car si le

1. « ... Si (compositum) accipiatur 'cum materia', scilicet individuali, non est ejus definitio, quia singularia non definiuntur, ut supra habitum est. Cujus ratio est, quia talis materia individualis est quid infinitum et indeterminatum. » S. THOMAS, *In VII Metaph.*, lect.11, n.1530 ; Etiam : *Ibid.*, lect.10, nn.1492-97 ; lect.11, n.1502 ; lect.15, n.1608.

2. *Ia*, q.75, a.4, c. « Secundum hanc opinionem, quae dicit hominem esse compositum ex anima et corpore, sequitur quod si simplicia dicuntur universaliter et singulariter, quod etiam compositum dicatur universaliter et singulariter. Sicut si anima est hoc, et corpus est hoc, quae sunt simpliciter dicta tamquam partes compositi, quod etiam dicatur universale et particulare sive singulare, non solum partes sed etiam compositum. » *In VII Metaph.*, lect.11, n.1524.

3. « Sciendum quod substantiae materiales non sunt intelligibiles actu, sed potentia ; fiunt autem intelligibiles actu per hoc quod mediantibus virtutibus sensitivis earum similitudines immateriales redduntur per intellectum agentem. » *In XII Metaph.*, lect.8, n.2541. « ... Intelligibilia actu sunt secundum quod sunt in intellectu. » *Ibid.*, n.2526. « Abstrahit (autem) circa naturalia intellectus universale a particulari simili modo, inquantum intelligit naturam speciei sine principiis individuibus, quae non cadunt in definitione speciei. Et omnino intellectus in actu est res intellecta, quia sicut res in sui ratione habent materiam vel non habent, sic ab intellectu percipiuntur. » *In III De Anima*, lect.12, n.784. Etiam : *In De Trin.*, q.5, a.3, in finem. L'individu, comme tel est inaccessible à l'intelligence, parce qu'il est conditionné par les contingences du « hic et nunc » : (*In De Trin.*, q.5, a.2, c. : Hujusmodi autem rationes ...). En vertu de la proportion qui doit exister entre le connaissant et son objet propre (*Ia*, q.12, a.4, c. ; *In III De Anima*, lect.8, n.711), le singulier tombe, de soi, sous l'inspection du sens : *In VII Metaph.*, lect.10, n.1485.

4. *In VII Metaph.*, lect.11, n.1510.

5. « Proprie (enim) formam in materia habent naturalia, quibus quodam modo assimilantur mathematica, etiam inquantum proportio figurarum circuli vel trianguli ad lineas, est sicut proportio formae hominis ad carnes et ossa. Et ideo sicut species hominis non est forma aliqua sine carnis et ossibus, ita forma circuli vel trianguli non est aliqua forma

mathématicien retenait, dans sa considération, la matière sensible, comment différait-il du philosophe de la nature ? S'il importe cependant de souligner l'analogie qui existe entre les définitions naturelle et mathématique, c'est qu'il s'en est trouvé pour nier l'existence d'une matière dans les espèces mathématiques.<sup>1</sup>

Comment, au juste, caractériser cette matière des entités absentes ? Il est clair qu'elle ne saurait s'assimiler à une matière sensible quelconque : toutes les figures mathématiques qui tombent sous l'observation se réalisent dans des matières diverses : le bois, l'airain, la pierre, etc. Si de telles matières constituaient une partie essentielle de l'espèce mathématique, il faudrait conclure à la possibilité d'une dissociation de l'espèce et de ses parties intégrantes. Chose évidemment inacceptable.<sup>2</sup> Alors, la 'materia speciei' étant éliminée des définitions mathématiques, il importe de chercher à découvrir la 'matière qui est une partie de l'espèce' (materia ut pars speciei). Cette matière déborde le plan des qualités sensibles et se situe au niveau de l'imagination : la matière intelligible des figures mathématiques est le continu ; par exemple, la ligne ou la surface.<sup>3</sup> Le 'courbe' mathématique se réalise dans le continu, la ligne, comme le camard dans le nez. Matière sensible dans un cas, matière intelligible dans l'autre.<sup>4</sup>

sine lineis. » *In VII Metaph.*, lect.11, n.1517. « Quaedam (ergo) sunt formae, quae materiam requirunt sub determinata dispositione sensibilibus qualitatibus ; et hujusmodi sunt omnes formae naturales ... Quaedam vero sunt formae, quae non exigunt materiam sub determinata dispositione sensibilibus qualitatibus, tamen requirunt materiam sub quantitate existentem ... et haec dicuntur mathematica ... Sic ergo patet, quia sicut naturalia habent formam in materia, ita et mathematica. » *In III De Anima*, lect.8, n.708. « Haec enim mathematica habent materiam, sicut et naturalia. Rectum enim mathematicum est, simul autem naturale. Ratio enim recti est cum continuo, sicut ratio simi cum naso. » *Ibid.*, n.714. Etiam : *In VII Metaph.*, lect.10, n.1496 ; *Ibid.*, VIII, lect.5, n.1761.

1. *In VII Metaph.*, lect.11, nn.1507 ss.

2. *In VII Metaph.*, lect.11, n.1503.

3. *Ibid.*, n.1506.

4. « ... Ex mathematicis ostenditur quod intellectus qui cognoscit quod quid est ipsum, sit aliud ab imaginativa virtute, quae apprehendit ipsa mathematica. » *In III De Anima*, lect.8, n.715. « ... Sed circa mathematica non est immanifestum eis (scil. juvenibus) quod quid est, quia rationes mathematicorum sunt rerum imaginabilium. » *In VI Ethic.*, lect.7, n.1210. Etiam : *In II Metaph.*, lect.5, n.334 ss.

5. « Materia autem figurarum mathematicarum intelligibilis, est continuum, ut linea vel superficies. » *In VII Metaph.*, lect.11, n.1508. « ... Et haec dicuntur mathematica ; et abstrahunt a materia sensibili, sed non a materia intelligibili, inquantum in intellectu remanet continua quantitas, abstracta a sensibili quantitate. » *In III De Anima*, lect.8, n.708. Etiam : *De Verit.*, q.2, a.6, ad 1 ; *In VIII Metaph.*, lect.5, nn.1760-61, etc.

6. « Rectum enim mathematicum est, simul autem naturale. Ratio enim recti est cum continuo, sicut ratio simi cum naso. Continuum autem est materia intelligibilis, sicut simul materia sensibilis. » *In III De Anima*, lect.8, n.714.

Tout comme la matière sensible, la matière intelligible peut être individuelle ou commune. Dans la considération de l'objet mathématique, l'intelligence fait abstraction non seulement de toute matière sensible, tant individuelle que commune, mais encore de la matière intelligible individuelle, laquelle tombe immédiatement sous l'emprise de l'imagination : tel polygone, tel cercle ou tel triangle ne peuvent faire l'objet d'une définition, car chacun, à lui seul, épuiserait l'espèce. Celle-ci ne retient dans sa notion que ce qui lui appartient de soi.<sup>1</sup> Or, la matière intelligible individuelle comporte des notes qui s'ajoutent à l'espèce ; seule, donc, la matière intelligible commune intervient dans la considération de l'espèce mathématique.<sup>2</sup>

Les réflexions précédentes montrent comment le mode de définition mathématique diffère radicalement du mode naturel.<sup>3</sup>

Alors que la science naturelle est abstraite par opposition à l'intelligible en puissance, les sciences mathématiques sont abstraites par opposition à un intelligible en acte qui ne peut se définir sans matière sensible. Il y a donc entre les deux une différence radicale, irréductible.<sup>4</sup>

La mathématique se situe à un niveau d'abstraction supérieur à celui de la science naturelle, car les degrés d'abstraction correspondent au degré d'éloignement de la matière et du mouvement. Vu leurs principes différents, ces deux sciences se distinguent donc essentiellement.<sup>5</sup>

1. « ... Secundum quod species sumitur pro universali, sicut hominem dicimus esse speciem, sic materia communis per se pertinet ad speciem, non autem materia individualis, in qua natura speciei accipitur. » *In VII Metaph.*, lect.9, n.1473.

2. « Unde quantitates, ut numeri et dimensiones, et figurae, quae sunt terminationes quantitatum, possunt considerari absque qualitatibus sensibilibus, quod est casus abstracti a materia sensibili : non tamen possunt considerari sine intellectu substantiae, quod esset casus abstracti a materia intelligibili communi. Possunt tamen considerari sine hac vel illa substantia ; quod est casus abstracti a materia intelligibili individuali. » *Ia*, q.85, a.1, ad 2.

3. « Definitio autem substantiarum naturalium non tantum formam, sed et materiam continet ; aliter enim definitiones naturales et mathematicae non differunt. » *De Ente et Essentia*, c.2. « Tota ratio divisionis philosophiae sumitur secundum definitionem et modum definiendi. Cujus ratio est, quia definitio est principium demonstrationis rerum, res autem definiuntur per essentialia. Unde diversae definitiones rerum diversa principia essentialia demonstrant, ex quibus una scientia differt ab alia. » *In I De Anima*, lect.2, n.99. Etiam : *In I Phys.*, lect.1, nn.1-2. *In De Trin.*, q.5, a.1 et a.3. *In VI Metaph.*, lect.1, n.1161.

4. Charles DE KONINGS, *Introduction à l'étude de l'âme*, in *Laval théologique et philosophique*, vol.III, 1947, n.1.

5. « Et ideo oportet scientias speculativas dividi per differentias speculabilium, in quantum speculabilia sunt. Speculabili autem, quod est objectum speculativae potentiae, aliquid competit ex parte intellectivae potentiae... Ex parte siquidem intellectus competit ei quod sit immateriale, quia et ipse intellectus immaterialis est... Sic ergo speculabili quod est objectum scientiae speculativae, per se competit separatim a materia et motu, vel applicatio ad ea. Et ideo secundum ordinem remotioris a materia et motu scientiae speculativae distinguuntur. » *In De Trin.*, q.5, a.1 c.

D'autre part, d'où résultent, pour nous, les modes de considération spécifiques de la science naturelle et des mathématiques ? Nous constatons que ces manières distinctes d'envisager certains objets s'imposent : définir 'avec' ou 'sans' matière sensible, voilà une question de fait. Elle s'explique cependant comme suit. Si la 'matière' en mathématique s'identifie avec le continu abstrait, celui-ci, par définition, ne peut se mêler aux qualités sensibles ; il tire de son rôle même sa dénomination de matière ; il apparaît, en effet, comme sujet de la quantité. En conséquence, il ne serait pas raisonnable de chercher une vérification expérimentale des notions mathématiques. Outre qu'elle ne s'impose pas, une telle vérification supposerait, comme on le verra, une mesure impossible. Du reste, parler de vérité mathématique ne revient nullement à affirmer de l'objet une existence extra-matérielle, encore moins une existence sensible, mais bien à soutenir que l'on peut former avec les entités mathématiques des propositions vraies, termes de l'intelligence composée.<sup>1</sup> *see p. 181*

Les entités mathématiques ne peuvent, en effet, exister comme telles dans le sensible, car ce que nous en disons ne vaut que sur le plan abstrait. En d'autres termes, les objets mathématiques ne sont pas, de soi, 'sensibilisables' ou 'incarnables' ; c'est-à-dire qu'on ne peut, par un simple mouvement de retour à la matière, les convertir en êtres mobiles ; de leur nature, ils sont irréductibles aux objets corporels ; ils n'admettent, tout au plus, qu'une application toujours inadéquate au monde sensible, et, dans un tel processus, ces notions demeurent formellement mathématiques.<sup>2</sup>

Mais tous n'entendent pas ainsi le mode d'abstraction propre à cette science ; plusieurs l'assimilent à une certaine généralisation ou encore la réduisent au niveau de la considération naturelle.<sup>3</sup>

Si l'abstraction consistait, par exemple, dans une simple généralisation, il faudrait autant de sciences que de degrés de généralité.

1. *In VI Metaph.*, lect.4, n.1241.

2. « ... Istae scientiae, quae accipiunt propter quid a mathematicis, sunt alterum quiddam, idest differunt ab eis secundum subiectum, scilicet in quantum applicant ad materiam. Unde huiusmodi scientiae utuntur speciebus, idest formalibus principiis, quae accipiunt a mathematicis. Mathematicae enim scientiae sunt circa species. Non enim earum consideratio est de subiecto, idest de materia, quia quamvis ea, de quibus geometria considerat, sint in materia, sicut linea, superficies et huiusmodi, non tamen considerat de eis geometria, secundum quod sunt in materia, sed secundum quod sunt abstracta. Nam geometria ea, quae sunt in materia secundum esse, abstrahit a materia secundum considerationem. Scientiae autem ei subalternatae e converso accipiunt ea, quae sunt considerata in abstractione a geometria, et applicant ad materiam. » *In I Post. Anal.*, lect.25, n.4. « Dicuntur autem scientiae mediae, quae accipiunt principia abstracta a scientiis purè mathematicis, et applicant ea ad materiam sensibilem... Perspectiva... accipit lineam abstractam secundum quod est in consideratione mathematici, et applicat eam ad materiam sensibilem. » *In II Phys.*, lect.3, n.8. Etiam : *IIa IIae*, q.9, a.2, ad 3.

3. Sur cette question de l'abstraction, voir l'exposé de Charles DE KONINGS, *Introduction à l'étude de l'âme*, dans *Laval théologique et philosophique*, 1947, vol.III, n.1.

Ainsi, il y aurait une science de l'homme, du mammifère, de l'animal, etc. La connaissance y gagnerait certes en détermination ; mais une telle organisation du savoir dénote une ambition chimérique, car la confusion demeure liée à la nature même de l'intelligence. Dans la connaissance scientifique, l'idéal reste donc toujours de partir de la définition ; et du degré d'intelligibilité de celle-ci dépend le caractère de la science.

Mais le processus d'abstraction utilisé dans le domaine de la qualité ne pourrait-il pas convenir aussi au niveau de la quantité ? Nullement. En mathématiques, en effet, on commence par admettre l'existence des objets élémentaires, par exemple de l'unité, du point, etc., puis on prouve l'existence du reste. Cette manière d'agir convient à cette science parce que les sujets et leurs principes propres dérivent les uns des autres,<sup>2</sup> et aussi parce que les démonstrations mathématiques procèdent par 'constructions'.<sup>3</sup> D'ailleurs, les nombres eux-mêmes s'obtiennent de cette façon. La qualité, au contraire, possède, pour ainsi dire, une autonomie beaucoup moindre que la quantité. La première demeure en dépendance nécessaire de la seconde. Impossible, en effet, d'abstraire la qualité sensible de la quantité sensible ; la qualité disparaîtrait. Cette dernière ne peut, non plus, se détacher de la matière sensible. Autrement, la qualité resterait sans sujet. La quantité, par contre, ne conserve aucun lien nécessaire avec le monde de la sensation, comme on le constate dans la définition.

Si l'on tentait d'abstraire la qualité sensible et de la quantité et de la matière sensible, que resterait-il ? La qualité insensible ? Soit. Mais une telle qualité existe-t-elle réellement ? On répondra : sans doute, et la 'figure' en est une illustration irrefutable. Évidemment. Mais il s'agit là d'une qualité dans la quantité : la figure est la qualité d'un sujet quantifié. Aussi la figure peut-elle être abstraite de toute matière sensible. En dehors de ce plan, trouve-t-on une qualité purement immatérielle ? Certains répondront : oui, puisque nous en discutons. Le fait de parler de la qualité 'non-sensible' ne suffit pas à en montrer l'existence réelle. Le cas est différent pour le cercle et, en général, pour les entités mathématiques, car celles-ci ne comportent que le mode d'existence de la vérité dans l'intelligence. La mathématique est même la seule science qui fasse ainsi abstraction de l'« esse ». Les notions mathématiques n'ont pas besoin d'être vérifiées dans la réalité pour être vraies. On ne peut, par contre, parler de qualité immatérielle sans un discours pour en montrer l'existence

1. Cf. A. MANSION, *Introduction à la physique aristotélicienne*, pp. 169-170.

2. *In I Post. Anal.*, lect. 2, n. 5.

3. « Quibus suppositis (scil. unitas, etc.), per demonstrationem quaeruntur quaedam alia, sicut triangulus aequilaterus... Quae quidem demonstrationes quasi 'operativae' dicuntur, ut est illud, 'super rectam lineam datam triangulum aequilaterum constituere.' *Ibid.*

incorporelle. L'existence de celle-ci s'établit, non par une simple affirmation qui nous maintient dans un ordre purement logique, mais par des preuves naturelles.<sup>1</sup> C'est uniquement après un tel effort, qu'on se rend compte de la possibilité d'une abstraction « de choses qui peuvent être sans matière sensible ». Ce genre de considération se dénomme 'séparation' ; car dans les deux premiers degrés d'abstraction n'intervient que l'« intelligentia indivisibilium », alors que le troisième implique démonstration.<sup>2</sup>

La distinction entre les modes de définir fonde la diversité des sciences. Il importe de bien caractériser ces principes pour éviter la confusion entre les disciplines elles-mêmes. Voyant mal, par exemple, les notes spécifiques de l'abstraction mathématique, on identifiera la science mathématique avec la science naturelle.

## II. Matière sensible et matière intelligible

La mention, au paragraphe précédent, des matières sensible et intelligible invite à préciser ici leurs notions. Ces entités gagneront à une présentation parallèle, en raison du lien étroit qui les unit. Dans les deux cas, en effet, il s'agit d'un premier sujet, mais envisagé sous des formalités distinctes. Vu, d'autre part, qu'il existe, selon notre connaissance, une antériorité nécessaire de la matière sensible sur la matière intelligible, c'est par l'étude de la première que l'on parvient, au point de vue dont il s'agit ici, à une intelligence plus parfaite de la seconde.<sup>3</sup>

Le sens précis de l'expression 'matière sensible' ne peut apparaître sans un retour sur la notion de 'sensible' en général. Il importe de se rappeler, en premier lieu, que le fait d'être sensible ne constitue pas une propriété absolue des choses appelées sensibles. La dénomination de 'sensible' qui leur est appliquée relève des sens ; elle ne tient pas aux objets extérieurs eux-mêmes sans rapport au sens. Car ceux-ci ne dépendent pas de nos sens pour être ce qu'ils sont ; supprimez la sensation et les choses demeurent en leur intégrité ; elles comportent leur actualité propre en dehors du sens. Il faut, en d'autres termes, distin-

1. « Naturel » doit s'entendre ici non pas comme opposé à « mathématique » ou à « métaphysique », mais à « rationnel » au sens logique, de la façon dont *ens naturae* se distingue de *ens rationis*. Cf. *In IV Metaph.*, lect. 4 ; *In I Ethic.*, lect. 1.

2. « Sic ergo in operatione intellectus triplex distinctio invenitur : una secundum operationem « intellectus componentis et dividitis », quae separatio dicitur propria, et haec competit scientiae divinae sive metaphysicae ; alia secundum « operationem, qua formantur quidditates rerum », quae est abstractio formae a materia sensibili, et haec competit mathematicae ; tertia secundum « eandem operationem » universalis a particulari, et haec competit etiam physicae... » *In De Trin.*, q. 5, a. 3, c., in finem.

3. Ce développement s'inspire de l'article suivant de Charles DE KONINCK : « Abstraction from matter », *Laval théologique et philosophique*, vol. XIII, 1957, n° 2 ; vol. XVI, 1960, n° 1.

guer entre l'actualité de l'objet sensible considéré en lui-même (il est, en ce cas, sensible en puissance) et le fait, pour lui, d'être actuellement senti. Cette dernière formalité ne change en rien, sinon de façon purement accidentelle, la condition intrinsèque de ce qui produit en nous la sensation. Ainsi, la lumière qui impressionne la rétine et celle qui frappe le mur s'identifient en tout point. L'acte de sentir réside, en effet, dans le sens et non dans la chose sentie. Car si le fait d'être senti en acte constituait une propriété absolue de la chose, celle-ci disparaîtrait dès l'instant où elle cesserait d'être sentie. En ce sens, il faut reconnaître que si l'univers était privé d'animaux, les objets sensibles ne pourraient ni exister, ni être ce qu'ils sont. À moins d'admettre que, en l'absence de toute faculté sensible, les objets externes ne se sentent eux-mêmes ! Comment échapper à une telle supposition dans le cas où, en eux-mêmes, ils seraient sensibles ?

En général, dit Aristote, si vraiment le sensible existait seul, rien n'existerait sans l'existence des êtres animés, car alors il n'y aurait pas de sensation. Et sans doute est-il vrai de dire qu'il n'y aurait ni sensibles, ni sensations (car ce sont des modifications du sujet sentant) ; mais que les substrats, qui sont la cause de la sensation, n'existeraient pas indépendamment de la sensation, c'est ce qui est inadmissible. En effet, la sensation n'est certainement pas sensation d'elle-même, mais il y a quelque chose d'autre en dehors de la sensation, et dont l'existence est nécessairement antérieure à la sensation, car le moteur est, de sa nature, antérieur au mû. En admettant même que l'existence du sensible et celle du sentant soient corrélatives, cette antériorité n'en existe pas moins.<sup>1</sup>

La matière ne s'appelle donc sensible que par référence au sens. Et si nous tenons à appeler la matière 'sensible' nous n'évoquons alors que le 'sensible en puissance' ;<sup>2</sup> le sensible 'en acte', il faut le chercher dans le sujet sentant : 'actus activi est in patiente, non in agente'. Si, contre cette position, l'on invoquait le fait de la relation qui existe entre le sens et son objet, il faudrait rappeler qu'il s'agit ici d'un cas de relation non mutuelle : c'est le sens qui se réfère au sensible en puissance et non l'inverse. Sensible et sens sont sans doute des

1. *Metaph.*, IV, 5, 1010 b 30-1011 a 2. « Nam hoc potest esse verum quod sensibilia inquantum sensibilia non sunt, id est si accipiantur prout sunt sensibilia in actu, quod non sunt sine sensibus. Sunt enim sensibilia in actu secundum quod sunt in sensu. Et secundum hoc omne sensible in actu est quaedam passio sentientis, quae non potest esse si sentientia non sunt. Sed quod ipsa sensibilia quae faciunt hanc passionem in sensu non sint, hoc est impossibile. Quod sic patet. Remoto enim posteriori, non remouetur prius : sed res faciens passiones in sensu non est ipsemet sensus, quia sensus non est subiectus, sed alterius, quod oportet esse prius sensu naturaliter, sicut motus moto naturaliter est prius. Visus enim non videt se sed colorem. » S. THOMAS, *In IV Metaph.*, lect.14, n.706.

2. Le terme « visible », par exemple, me rapporte à l'actualité de la chose sous l'aspect de la visibilité. « Sensible en puissance » signifie, d'autre part, l'actualité de la chose en vertu de laquelle elle peut agir sur tel ou tel sens.

termes corrélatifs, mais la raison de rapporter l'un à l'autre ne se trouve que dans le sens.<sup>1</sup> Le sens peut, dès lors, disparaître et la chose sensible demeurer intacte.

Puisque, comme on l'a rappelé, la matière est dite 'sensible' du fait que le sens s'y rapporte, elle signifiera, en elle-même, au-delà des objets réellement accessibles à la sensation ; au-delà des os, de la chair, etc. L'appellation 'matière sensible' s'appliquera aussi aux constituants élémentaires des os et de la chair. Elle s'étendra à tout ce qui participe du genre de ce qui peut être senti en acte, soit comme principe intrinsèque, soit comme principe extrinsèque, pourvu qu'il soit homogène à ce qui est sensible en acte.<sup>2</sup> Si, en science naturelle, l'insistance porte sur le 'sensible', c'est que nous en tirons le mode de définir. En réalité, la science considère l'actualité absolue de la chose, à savoir la mobilité, et non pas le fait d'être sensible.

Ces précisions apportées sur la signification du mot 'sensible' dans le cas des choses naturelles, essayons maintenant de dégager la notion exacte de 'matière sensible'.

Le 'sensible', tel que décrit plus haut, désigne trois espèces d'objets :<sup>3</sup> deux sensibles 'par soi' et un sensible 'par accident'. Les premiers se divisent en sensible propre et en sensible commun. Le sensible propre relève d'un seul sens. Cette espèce de sensible constituée pour nous un principe absolument premier ; on ne peut le manifester par du plus connu. Le sensible commun n'implique pas nécessairement relation à tous les sens ; il s'adresse surtout à la vue. Les sensibles communs, d'autre part, se réduisent tous, de quelque façon, à la quantité. Ils se posent au fondement de la physique mathématique. Quant au sensible par accident, il comporte subdivision : il peut appartenir à l'ordre sensible ; il se définit alors comme l'objet propre d'un sens, en tant qu'accidentellement perçu par un autre sens ; si, au contraire, il déborde, de sa nature, le plan sensible, le sensible par accident s'identifie soit avec la substance soit avec la relation. Celles-ci tombent sous la sensation sans être néanmoins sensibles en elles-mêmes. La substance sensible agit toutefois sur le sens par l'intermédiaire des qualités sensibles. L'intelligence, faculté inorganique, intervient donc ici ; elle connaît 'par soi' tel homme que les sens saisissent par accident.

1. « Et si contra hoc dicatur quod sensible et sensus sunt relativa ad invicem dicta, et ita simul natura, et interempto uno interimitur aliud ; nihilominus sequitur propositum ; quia sensible in potentia non dicitur relative ad sensum quasi ad ipsum referatur, sed quia sensus refertur ad ipsum... » *In IV Metaph.*, lect.14, n.707. Etiam : *Ibid.*, V, lect.17, nn.1026-1027. Ceci ne règle pas la question de savoir si, par impossible, le sens impliquait contradiction, le monde sensible en puissance ne serait pas également impossible. Cf. *In IV Physic.*, lect.23, n.5.

2. L'appellation de 'sensible' ne saurait s'appliquer au premier moteur, cause des choses sensibles, parce qu'il déborde tout genre, *a fortiori* celui des objets sensibles.

3. *In II De Anima*, lect.13, nn.383 ss.

À noter que seul le 'sujet' des sensibles par soi de même que les relations, sont sensibles par accident. Ainsi, on ne peut parler de sensation par accident de l'intelligence de Socrate perçue à l'occasion de ses paroles : le sens des mots ne réfère pas ici, comme tel, au 'sujet' des paroles sensibles. Donc la substance, conçue comme sujet des sensibles par soi, constitue un sensible par accident. C'est ce même 'sujet des sensibles par soi' qui s'appelle 'matière sensible'. « *Materia enim sensibilis dicitur materia corporalis secundum quod 'subiacet' qualitatibus sensibilibus, scilicet calido et frigido, duro et molli, et huiusmodi.* »<sup>1</sup> Entendue de cette manière, la matière sensible est la chose selon qu'elle est le sujet des différentes qualités qui sont perçues par les sens comme sensibles propres.<sup>2</sup> La matière sensible n'est donc sensible que par accident. L'intelligence seule la connaît de soi ; les sens ne peuvent la saisir 'en tant que sujet' des qualités naturelles.

Il faut cependant éviter de concevoir une certaine dualité ou dissociation dans les facultés du connaître, quand il appréhende la matière sensible, sensible par accident. Cet acte revêt, au contraire, une parfaite unité. L'intelligence perçoit la connexion intime des sensibles par soi et par accident. Autrement, notre faculté spirituelle connaîtrait la substance de Socrate comme telle (et non en tant que sensible) et le sens, de son côté, ne l'appréhenderait nullement comme sensible par accident. En d'autres termes, l'intelligence connaît, dans leur connexion essentielle, le sensible par soi et le sensible par accident, car ce n'est pas par accident que Socrate lui-même est perçu à l'occasion d'une sensation.

Enfin, sous peine de confondre matière sensible et matière intelligible, il ne suffit pas de concevoir la première uniquement comme 'sujet des sensibles propres' ; elle apparaît encore comme le 'sujet des sensibles communs' ; ceux-ci se présentent aussi comme des 'sensibles par soi'.<sup>3</sup> Ainsi, la quantité, sensible commun, demeure au niveau de la matière sensible et, bien que cet accident conserve, à ce point de vue, une certaine antériorité à l'égard des qualités sensibles, elle ne peut, pour autant, s'assimiler à la quantité mathématique.

Ces données sommaires sur la matière sensible permettront d'aborder, dans la perspective convenable, la question de la matière intelligible. Ces deux espèces de matières comportent, comme on l'a souligné, un élément commun, la substance, et des notes spécifiques qui les situent à des niveaux d'abstraction irréductibles. Ce sont ces différences qu'il s'agit maintenant de mettre en relief par un exposé succinct des caractéristiques de la matière intelligible.

Comme il résulte d'une constatation invariable, le mode de définir mathématique exclut la matière sensible. Ainsi, le bois ou l'airain n'entrent jamais dans la définition de la sphère. Celle-ci n'impose,

1. *Ia*, q.85, a.1, ad 2.

2. Cf. Charles DÉ KONINCK, *art. cit.*

3. *Ibid.*

de soi, aucune relation au domaine de la sensation. L'animal, au contraire, inclut dans sa notion les parties corporelles relatives au mouvement.<sup>1</sup> Pour découvrir le principe de la distinction du sensible et du mathématique, il importe de se situer sur le plan de la définition. Car, dans ce cas, c'est le point de vue de la science qui commande et non celui des choses ; les deux domaines comportent, en effet, des caractères tout à fait différents que Platon a eu tort d'ignorer.<sup>2</sup>

Les notes de l'abstraction mathématique se fondent, en définitive, sur la nature de la quantité ; aussi convient-il de débiter par l'étude de cette dernière. La quantité se définit par son rôle : elle confère un ordre aux parties homogènes de la substance. Celle-ci, en effet, ne comporte, en dehors de cet accident, aucune extériorité actuelle de ses parties : « ... Remota quantitate, hominis substantia est indivisibilis ; »<sup>3</sup> elle n'est alors divisible qu'en puissance. La quantité introduit un ordre dans les parties confuses<sup>4</sup> de la substance ; elle les rend extérieures les unes aux autres et les ordonne par rapport au tout. Ce qui permet à la quantité de jouer ce rôle, c'est le 'situs' qu'elle implique comme différence constitutive.<sup>5</sup>

1. *In VII Metaph.*, lect.11, n.1519.

2. *In I Metaph.*, lect.10, n.158.

3. S. THOMAS, *I Contra Gent.*, cap.65. — « Remota quantitate, substantia non habet partes integrales formaliter in ratione partis ordinatas et distinctas. » J. a S. THOMAS, *Log. II*, q.XVI, art.1.

4. « Licet substantia indivisa sit actu, si sola intelligatur, tamen potentia divisibilis est, sed non est potentia divisibilis nisi quia potentia habet partes : et ea quidem quae sunt partes, habet in seipsa, sed secundum actum partium non habet ea nisi quando partitur et dividitur : non autem dividitur nisi cum dimensionibus accepta : et ideo accidentis partialitatis secundum actum habet a quantitate : sed id quod est pars quod potentia est ad huiusmodi accidentis, habet in seipsa ... A substantia quae actu quantia non est, sed potentia, educitur sicut a causa et subiecto quantitas, quando fit actu quantia : et similiter ab eadem quae actu divisibilis non est, egreditur divisio : et haec quidem divisio primo est quanti : secundo autem per quantum est substantiae. Nec propter hoc aliquid sibi substantialium habet ab accidente, sed aliquid habet substantia quanta a quantitate, quae non habet substantia per se solam. » D. Albertus, *In III Metaph.*, tract.3, cap.21.

5. « ... Hoc habet proprium quantitas inter reliqua accidentia, quod ipsa secundum se individuatur, quod ideo est, quia positio, quae est ordo partium in toto, in ejus ratione includitur ; est enim quantitas positionem habens. » S. THOMAS, *IV Contra Gent.*, cap.65. « ... Materia autem dividi non potest nisi ex praesupposita quantitate, quae remota, substantia omnis indivisibilis remanet, et sic prima ratio diversificandi ea quae sunt unius speciei, est penes quantitatatem. Quod quidem quantitati competit in quantum in sua ratione situm, quasi differentiam constitutam habet, quod nihil est aliud quam ordo partium. » *In Boethii De Trin.*, q.5, a.3, ad 3. « ... Nullum autem accidens habet in se propriam rationem divisionis, nisi quantitas. Unde dimensiones ex seipsis habent quandam rationem individuationis secundum determinatum « situm », « prout situs est differentia quantitatatis » : et sic habet duplicem rationem individuationis : unam ex subiecto, sicut et quodlibet aliud accidens : aliam ex seipso, inquantum habet « situm », ratione cujus in abstrahendo a materia sensibili imaginatur hanc lineam et hunc circumlum. » *Ibid.*, lect.1, q.2, a.2, ad 3. « Situs secundum quod ponitur praedicamentum, importat ordinem partium in loco : licet secundum quod ponitur differentia quantitatatis, non importet nisi ordinem partium in toto. » *In IV Phys.*, lect.7, n.4.

Le 'situs' ainsi compris se distingue, en effet, du prédicament : celui-ci implique relation des parties au lieu, alors que le 'situs' considéré comme différence de la quantité comporte l'ordre des parties entre elles.<sup>1</sup> « ... D. Thomas non sumit situm formaliter, sed 'pro radice' ; alioquin quomodo poterat ignorare quod est praedicamentum distinctum a quantitate, et non ejus differentia constitutiva ? »<sup>2</sup> La 'positio' envisagée à l'intérieur de la quantité requiert trois conditions : la divisibilité des parties continues, leur ordination mutuelle<sup>3</sup> et leur permanence.

Si le rôle essentiel de la quantité revient à conférer un ordre aux parties de la substance, cet accident ne peut, en conséquence, s'identifier avec les parties de son sujet : la quantité confère une actualité aux parties de la substance à titre accidentel.<sup>4</sup> En d'autres termes, la substance ainsi déterminée comporte une double distinction des parties : une distinction substantielle et une distinction accidentelle. La première n'est dépendant réduite à l'acte qu'en dépendance nécessaire de la seconde : sans la quantité, la confusion demeure au sein des parties substantielles, celles-ci ne tenant encore une fois leur distinction extensive que de la quantité :<sup>5</sup> « ... A substantia venit ratio constituendi partes, a quantitate ratio ordinandi et tollendi confusionem par extensionem, et ipsa distinctio substantialis ab ista ordinatione, ut a conditione requisita dependet. »<sup>6</sup>

1. « Positio vero non addit supra ubi nisi ordinem partium determinatum, qui nihil aliud est quam determinata relatio partium ad invicem. » *In XI Metaph.*, lect.12, n. 2377. « Cum enim ita sit quod in quantitate sit ordo partium, quia est ibi principium, medium et ultimum, in quo ratio positionis consistit, oportet quod omnia tota ista continuam habeant positionem in suis partibus. » *In V Metaph.*, lect.2, n.1105.

2. J. a S. THOMAS, *Log. II*, q.XVI, art.1.

3. L'ordre de succession des parties quantitatives ne peut se ramener à une relation prédicamentale (secundum esse), car alors on sortirait du prédicament quantité : elle s'assimilerait plutôt à une relation transcendante (secundum dici), qui se définit comme l'ordre inclus dans l'essence même d'une chose. Cf. *Ia*, q.13, a.7. L'interrelation des parties quantitatives explique le mode de vérité propre à la mathématique. Il ne peut se fonder sur une existence réelle des termes ; il se ramène, au contraire, à un rapport dont les éléments demeurent dans les limites de l'essence. Ce genre de vérité explique, d'autre part, la rigueur de déduction propre à cette science.

4. « Quod ergo asserimus, est quod quantitas formaliter ut quantitas est non constituit partes substantiae, quantum ad earum entitatem et intrinsecam rationem, sed quantum ad ordinationem, quae confusionem tollit ; et haec ratio ordinationis est formalitas accidentaliter partium, quae constituuntur a quantitate in ratione ordinati et distincti. » J. a S. THOMAS, *loc. cit.*

5. « ... Substantia sub quantitate habet partes duplici modo distinctas ; scilicet substantialiter, et accidentaliter, sed substantialis distinctio non est in actu reducibilis nisi dependenter a quantitate, ut a conditione, sine qua illa distinctio substantiae non exiit in actu ... sine quantitate remanet confusio et indistinctio, qua posita, substantia non potest prodire in actu distinctionis substantialis secundum extensionem partium, quae tollit istam confusionem, sed totum radicaliter manet distinguibile mediante quantitate. » J. a S. THOMAS, *loc. cit.*

6. *Ibid.*

L'antériorité de la quantité sur les autres accidents ressort de son rôle même à l'égard de la substance. À cause de sa fonction, la quantité devient la mesure de la substance ; en outre elle assure à cette dernière son unité, sa distinction et son indivision ; voilà pourquoi elle conditionne le sujet substantiel dans ce qui suit 'immédiatement' son entité. Vu cette détermination fondamentale de la substance, elle s'interpose entre celle-ci et les autres accidents sensibles.<sup>1</sup>

1. « Prima autem dispositio materiae est quantitas ; quia secundum ipsam attenditur divisio ejus et indivisio, et ita unitas et multitudo quae sunt prima consequentia eius ; et propter hoc sunt dispositiones totius materiae, non hujus aut illius tantum. Unde omnia alia accidentia mediante quantitate in substantia fundantur et quantitas est prior eis naturaliter. » *In IV Sent.*, dist.XII, q.1, a.1, ad 3am quaest., n.44. Une autre raison d'ordre métaphysique marque bien l'antériorité de la quantité sur les autres accidents : la quantité et la qualité répondent respectivement à la matière et à la forme ; or, à celle-ci convient l'inhérence à un sujet et non pas à celle-là. Il s'ensuit que la quantité participe moins de la raison d'inhérence à un sujet que la qualité et les autres accidents : « Prima accidentia consequentia substantiam sunt quantitas et qualitas. Et haec duo proportionantur duobus principiis essentialibus, scilicet formae et materiae ... sed qualitas ex parte formae. Et quia materia est subiectum primum quod non est in alio, forma autem est in alio, scilicet materia, ideo 'magis appropinquat ad hoc quod est non esse in alio quantitas quam qualitas,' et per consequens quam alia accidentia. » *Ibid.*, ad 1. Que la quantité corresponde davantage à la matière et la qualité à la forme, cela ressort de ce que la qualité est actée, informe, « qualifiée » le sujet (*In V Metaph.*, lect.16), alors que la quantité le « quantifie », le « matérialise » en quelque sorte en conférant ordre et extension à ses parties matérielles. J. a S. THOMAS, *Log. II*, p. q.18, a.1. (Cf. dans le même sens : S. THOMAS, *In V Metaph.*, lect.9, n.892.) La priorité de la quantité sur les autres accidents s'explique encore par le fait qu'après la substance elle est la seule à comporter division en parties propres : « Sciendum autem est, quod quantitas inter alia accidentia proportionat est substantiae ... Nam sola quantitas habet divisionem in partes proprias post substantiam. Albedo enim non potest dividi, et per consequens nec intelligitur dividuare nisi per subiectum. » *In V Metaph.*, lect.15, n.983. L'abstraction mathématique s'appuie donc sur un fondement métaphysique très sûr. En effet, l'édifice mathématique repose, en définitive et à titre de présupposé naturel, sur le réel, la quantité physique, avec son contexte de formes propres, de spécifications et de relations concrètes à la substance et aux autres accidents. Mais dès qu'elle a adopté l'optique mathématique, l'intelligence s'applique à découvrir et à justifier la priorité et la relative autonomie de la quantité. Elle ne peut plus alors s'en tenir aux exigences concrètes de cet accident : sans cette perspective, le mathématicien n'existerait même pas. Grâce au processus d'abstraction, l'intelligence établit plutôt la quantité dans une condition d'existence tout à fait conforme à sa nature et en traite à ce titre même. À ce moment, l'esprit ne connaît pratiquement plus de limites dans l'établissement de ses systèmes d'axiomes, dans la construction de ses figures, dans le réseau de ses déductions, etc. Vu son origine sensible éloignée et sa condition intrinsèque, la quantité mathématique garde toujours un lien avec l'imagination, mais elle n'exige pas, comme telle, de vérification expérimentale. Bien plus, grâce à une élaboration intellectuelle de plus en plus poussée, la connexion de la quantité mathématique avec l'imagination elle-même peut devenir fort ténue. On voit l'importance de distinguer entre la quantité physique et la quantité mathématique, sous peine de ne rien comprendre à celle-ci. S. Thomas ne manque pas de souligner, à maintes reprises, les différences qui séparent ces deux quantités : « ... Si loquamur de quantitatibus mathematicis, cuilibet finitae quantitati potest fieri additio : quia ex parte quantitatis finitae non est aliquid quod repugnet additioni. Si vero loquamur de quantitate naturali, sic potest esse repugnancia ex parte formae ... » *Ia*, q.7, a.3, c ; *IIIa*, q.7, a.12,

Même si dans la réalité ('secundum rem'), la quantité se joint toujours aux qualités sensibles, aux passions et aux mouvements, il n'en reste pas moins que la notion de quantité n'inclut nullement celle des accidents qui la présupposent : « Posteriora non sunt de intellectu priorum. »<sup>1</sup> Elle comprend cependant, dans sa définition, le sujet dont elle ordonne les parties, car elle lui est postérieure : 'priora sunt de intellectu posteriorum'. Dès lors, il est possible de concevoir la quantité sans la matière sensible : 'sine materia subjecta motui et qualitatibus sensibilibus'; on ne peut, par contre, définir la quantité sans mentionner un sujet. Voilà pourquoi la quantité et ses propriétés, bien qu'abstraites, selon l'intelligence, du mouvement et de la matière sensible, présuppose néanmoins la matière intelligible qui la sous-tend. Celle-ci se définit comme 'les parties de la substance dont la quantité est l'ordre'; ou encore : 'la substance en tant que sujet de la quantité' : « Materia vero intelligibilis dicitur substantia secundum quod subiacet quantitati. »<sup>2</sup> Tout comme la matière sensible (qui n'est sensible que par accident), la matière intelligible s'identifie avec la substance. Les deux matières comportent cependant des formalités distinctes : la matière intelligible est la substance qui se distingue suivant ses parties homogènes, alors que la matière sensible est la substance en tant que sous-jacente aux qualités sensibles. On ne saurait, dès lors, assimiler la matière intelligible à la quantité. La pensée de saint Thomas citée plus haut ne fait pas de doute sur ce point. Ajoutons deux autres passages où il est aussi explicite : «... Secundum rationem suae substantiae non dependet quantitas a materia sensibili, sed solum a materia intelligibili. »<sup>3</sup> Puisque la quantité ne peut dépendre d'elle-même, elle se relie donc à la substance, comme un accident à son sujet, et c'est ce dernier qui s'appelle 'matière intelligible' de la quantité. « Substantia autem quae est materia intelligibilis quantitatibus, potest esse sine quantitate. »<sup>4</sup> Même si la matière intelligible s'identifie avec la substance,<sup>5</sup> ne semble-t-il pas exagéré et non conforme à la pensée de saint Thomas d'affirmer que la matière intelligible signifie « la substance, 'en tant que sujet de la quantité', mais 'abstraction faite de

ad 1; etiam : *De Ente et Essentia*, cap. 33; *IIIa*, q. 77, a. 2, ad 4; etc. « Licet corpus, mathematicum acceptum, sit divisibile in infinitum, corpus tamen naturale non est divisibile in infinitum. In corpore enim mathematico non consideratur nisi quantitas, in qua nihil invenitur divisioni in infinitum repugnans; sed in corpore naturali consideratur forma naturalis quae requirit determinatam quantitatem sicut et alia accidentia. » *In I Phys.*, lect. 9, n. 9.

1. S. THOMAS, *In II Phys.*, lect. 3, n. 5.

2. *Ia*, q. 85, a. 1, ad 2.

3. *In De Trin.*, q. 5, a. 3, c.

4. *Ibid.*

5. Mais que vient faire cette conception métaphysique en mathématiques ? Il est sûr qu'on a affaire en mathématiques à la quantité et non pas, en premier lieu, à la substance; mais précisément, il est impossible de faire abstraction de toute donnée première

la quantité' et des autres accidents ? »<sup>1</sup> Une telle considération de la substance n'appartient-elle pas plutôt à la Métaphysique ? Et alors, bien loin de demeurer dans le mode abstraitif, ne passe-t-on pas à la 'separatio' ? Au reste, cette manière de s'exprimer semble bien impliquer contradiction. En effet, le 'secundum quod subiacet quantitati' ne marque-t-il pas l'aspect sous lequel l'intelligence considère la substance et donc, par le fait même, le mode d'abstraction qu'elle utilise à ce moment ?<sup>2</sup> La matière intelligible n'est donc ni la substance considérée par elle-même sans quantité, ni la seule quantité ; elle est envisagée comme le sujet propre de la quantité, en tant que dépouillée des qualités sensibles.

La justification du nom de 'matière intelligible' attribué à la substance découle de la définition même de la quantité abstraite. Pourquoi appeler la substance 'matière' en ce cas ? À cause de la distinction non formelle de ses parties homogènes. Dès qu'on se trouve en face d'une multiplicité accompagnée d'uniformité, il faut expliquer la diversité par quelque chose d'autre que la forme. La matière devient alors principe de distinction.<sup>3</sup> Ainsi deux cercles égaux ou deux segments de ligne identiques, ou encore les angles d'un triangle équilatéral ne sauraient se distinguer entre eux par la forme, qui, dans ces cas, est homogène pour autant que les trois angles sont aigus et égaux. Ces différences proviennent par suite de la matière qui rend extérieures les unes aux autres des figures ou parties de figures semblables.<sup>4</sup>

dans les questions de points, de lignes, de surfaces, etc. Voilà pourquoi, quand il faut définir, en métaphysique, les objets fondamentaux de la mathématique (comme celui de matière intelligible) on ne peut ignorer le sujet de la quantité. En effet, bien que la mathématique soit une science philosophique particulière, c'est en métaphysique qu'on trouve la philosophie des mathématiques. À moins d'identifier l'accidentel avec le pur phénoménal, on est contraint, même en mathématiques, de faire intervenir comme question de fait, encore qu'inavouée, la substance. Et à n'importe quel stade d'évolution de la science de la quantité, il faut sous-entendre la réalité plus ou moins lointaine et indirecte qui se pose au fondement des entités abstraites, de la façon dont les intentions premières sont le fondement indirect et lointain des intentions secondes de la logique. Il est vrai qu'aujourd'hui la philosophie des mathématiques met de côté toute donnée première (tout « quod quid est ») et même l'intuition imaginative dans les questions de surfaces, de solides, etc., pour y substituer la pure notion de constructibilité. Aussi cette manière d'envisager les choses change-t-elle complètement la notion de mathématique.

1. L. B. GEIGER, in *Revue des Sciences philosophiques et théologiques*, T. XXXI, 1947.

2. Citons à l'appui le texte suivant des *Physiques* : «... Quia enim mathematicus considerat lineas et puncta et superficies et huiusmodi et accidentia eorum non 'quantum' sunt termini corporis naturalis, 'ideo' dicitur 'abstrahere' a materia sensibili et naturali. » *In II Phys.*, lect. 3, n. 5. Dès lors, comment est-il possible de considérer la substance « en tant que sujet » de la quantité, mais « abstraction faite » de la quantité ?

3. « Mathematica enim abstrahit quidem a materia sensibili, non autem a materia intelligibili... quae quidem materia intelligibilis consideratur secundum quod aliquid divisibile accipitur vel in numeris vel in continuis. » *In II Post. Anal.*, lect. 9, n. 5.

4. La forme mathématique ou figure se définit comme le terme de la quantité : « Dicendum quod terminus quantitatis est sicut forma ipsius : cuius signum est, quod

La matière de l'accident quantifié, c'est-à-dire la substance, est ainsi appelée 'intelligible' pour une raison que saint Thomas explique clairement :

... Accidentia superveniunt substantiae quodam ordine ; nam primo adventit ei quantitas, deinde qualitas, deinde passiones et motus. Unde quantitas potest intelligi in substantia, antequam intelligatur in ea quantitates sensibiles, a quibus dicitur materia sensibilis ; et sic secundum rationem suae substantiae non dependet quantitas a materia sensibilis, sed solum a materia intelligibili. Substantia enim remotis accidentibus non manet nisi intellectu comprehensibilis, eo quod sensibiles potentiae non pertingunt usque ad substantiae comprehensionem.<sup>1</sup>

La substance sous-jacente à la quantité s'appelle matière 'intelligible' parce que l'intelligence seule la saisit, mais comme sujet de cet ordre qu'est la quantité ; si, en effet, on sépare la substance comme sujet des accidents dont elle se distingue, elle devient objet de la seule intelligence. Mais ici une difficulté se présente : la matière sensible n'est pas de soi sensible non plus ; elle aussi s'identifie avec la substance ; elle aussi mérite donc le nom « d'intelligible ». L'objection se résout comme suit : la matière intelligible est antérieure à la matière sensible. Celle-ci implique, en effet, la présence des qualités sensibles. La quantité se situe, en conséquence, à un niveau d'intelligibilité plus élevé que la matière corporelle ; ainsi, elle se rapproche davantage de ce qui ne peut être objet propre que de l'intelligence, c'est-à-dire de la substance. Pour ces raisons, on approprie le nom de matière intelligible au sujet de la quantité plutôt qu'à la matière sensible.

Non seulement la matière commune, mais encore les objets mathématiques individuels accessibles à l'imagination méritent le nom

figura, quae consistit in terminatione quantitatis, est quaedam forma circa quantitatem. » *Ia*, q.7, a.1, ad 2. Le point constitue le terme de la ligne ; celle-ci se présente comme le terme de la surface ; cette dernière apparaît comme la limite du solide. *In I Metaph.*, lect.16, n.257 ; *ibid.*, XI, lect.2, n.2185. Les diverses « dispositions » de ces termes causent des figures différentes : « Nam ad lineam sequitur rectum et curvum. Ad superficiem sequitur triangulare et quadrangulare et huiusmodi ; etc. » La figure n'est donc pas la quantité, mais une qualité qui résulte immédiatement et comme de sa cause, des espèces quantitatives mentionnées, à savoir : la ligne, la surface et le solide : « Non enim figura est quantitas, sed qualitas immediata causata a praedictis speciebus quantitatis. » Remarquons à quel point cette « forme » mathématique entendue de la figure paraît étrange : elle se rattache étroitement à l'ordre quantitatif : terme de la quantité, elle appartient au genre de la quantité. Il s'agit donc d'une formalité qu'on pourrait dénommer « matérielle », car elle est celle de parties homogènes. On est loin, en mathématiques, de ce monde de formes pures et hétérogènes des substances séparées. Malgré son imperfection, la « forme » mathématique l'emporte cependant de beaucoup sur l'obscurité et la contingence intrinsèques de la matière sensible. Aussi la mathématique constitue-t-elle, par excellence, le champ du nécessaire.

<sup>1</sup> *In De Trin.*, q.5, a.3, c.

d'« intelligibles ». <sup>1</sup> Toutefois, lorsque ces objets, à la différence de leur matière, sont appelés intelligibles, la raison n'est pas exactement la même. La manière de les saisir explique cette dernière dénomination : l'imagination les appréhende, indépendamment des sens externes. <sup>2</sup> Mais alors, l'imagination se confondrait-elle avec l'intelligence ? Comment l'objet de ce sens interne peut-il s'appeler intelligible ? Le fait s'explique par le nom même d'« intellectus » donné par Aristote à l'imagination au livre III du *Traité de l'âme*. <sup>3</sup> Et ce nom se justifie par le pouvoir de l'imagination, analogue à celui de l'intelligence, de se représenter un objet sans le secours des sens externes. <sup>4</sup>

La connexion intrinsèque entre la matière intelligible et l'imagination s'explique par le fait que l'objet mathématique comprend un sujet qui a le caractère de matière : la substance aux parties homogènes dont la quantité est l'ordre. Les formes mathématiques ne sauraient, on l'a noté, s'identifier avec des formes séparées, purement intelligibles. Elles s'apparentent, au contraire, aux formes naturelles en ce que, comme ces dernières, elles requièrent une certaine matière : « ... Sicut naturalia habent formam in materia, ita et mathematica. » <sup>5</sup> Or, comme la saisie parfaite de l'objet naturel suppose, en raison de la

1. « Nec differt utrum singularia sint sensibilia vel intelligibilia. Singularia quidem sensibilia sunt sicut circuli aerei et lignei. Intelligibilia singularia sunt sicut circuli mathematici. Quod autem in mathematicis considerentur aliqua singularia, ex hoc patet, quia considerantur ibi plura unius speciei, sicut plures lineae aequales, et plures figurae similes. » *In VII Metaph.*, lect.10, n.1494.

2. « Dicuntur autem intelligibilia huiusmodi singularia secundum quod absque sensu comprehenduntur per solam phantasiam. » *Ibid.*

3. « (Phantasia) quae quandoque intellectus vocatur secundum illud in tertio *De Anima* « intellectus passivus » corruptibilis est. » *Ibid.*

4. « Sed singularia non cognoscuntur nisi dum sub sensu vel imaginatione, quae hic intelligential dicitur, quia res considerat sine sensu, sicut intellectus. » *Ibid.*, n.1495.

5. *In III De Anima*, lect.8, n.708. « Sicut enim forma hominis est in tali materia, quae est corpus organicum, ita forma circuli vel trianguli est in hac materia quae est continuum vel superficies vel corpus. » *In VII Metaph.*, lect.10, n.1496. « Proprie enim formam in materia habent naturalia, quibus quodam modo assimilantur mathematica, etiam in quantum proportio figurae circuli vel trianguli ad lineas, est sicut proportio formae hominis ad carnes et ossa. » *Ibid.*, n.1517. « ... Sive in sensibilibus, sive in mathematicis, semper oportet quod sit in definitionibus aliquid quasi materia et aliquid quasi forma. » *Ibid.*, n.1761. « Et ideo numerus ad scientiam mathematicam pertinet, cuius subiectum extra materiam esse non potest, quamvis sine materia sensibili consideretur. Hoc autem non esset, si unum quod est principium numeri, secundum esse a materia separaretur in rebus immaterialibus existens, quasi cum ente conversum. » *Ibid.*, IV, n.560.

6. « Quandoque enim proprietates et accidentia rei, quae sensus demonstrant, sufficienter expriment naturam rei, et tunc oportet quod iudicium de rei natura, quod facit intellectus, conformetur his quae sensus de re demonstrat. Et huiusmodi sunt omnes res naturales, quae sunt determinatae ad materiam sensibilem. » *In De Trin.*, q.2, a.2, c. « Dicit autem Philosophus, in *III De Coelo*, quod « sicut finis factiva scientiae est opus, ita naturalis scientiae finis est quod videtur principaliter secundum sensum ... naturalis non quaerit cognoscere naturam lapidis et equi, nisi ut sciat rationes eorum quae videntur secundum sensum ... non potest esse perfectum iudicium scientiae naturalis, si sensibilia ignorentur. » *Ia*, q.84, a.8, c.

matière sensible, l'expérience du sens, ainsi l'appréhension de l'objet mathématique exige, à cause de la matière intelligible, l'imagination.<sup>1</sup>

Au surplus, l'extériorité des parties homogènes de la substance, signifie en même temps, comme on l'a vu, multiplicité d'une même forme. Or, cette opposition de parties semblables ne peut s'expliquer en dehors d'une certaine individuation. Et celle-ci se réalise non pas dans le sens, mais au niveau de l'imagination, puisque l'objet mathématique ne comprend aucune qualité sensible. Le recours à la seule intelligence, pour la saisie des êtres mathématiques, laisse, en effet, inexplicé le problème de l'individuation ; si cette faculté intervenait uniquement, en mathématique, aucun moyen ne permettrait de construire la multiplicité homogène du continu qui sous-tend les figures de la géométrie.<sup>2</sup>

Le rôle de l'imagination en mathématique paraît encore mieux fondé si l'on compare les objets mathématiques et l'imagination au sens. Il existe, en effet, certaines relations parallèles des deux premiers au second. Tout comme les mathématiques dépendent de l'imagination, l'imagination dépend des sens externes seulement à titre de présupposition. Une fois l'impression reçue du sens, l'imagination peut se détacher, jusqu'à un certain point, du contexte sensoriel primitif et construire une multitude de formes plus ou moins étrangères au donné initial. Ainsi en est-il proportionnellement en mathématiques. Elles peuvent construire, à partir de quelques données expérimentales,<sup>3</sup> une infinité de formes inédites, d'entités nouvelles qui ne se rattachent que de loin au matériel sensible originel. Si l'objet mathématique garde une connexion nécessaire avec l'imagination, ce n'est pas qu'il implique des prolongements actuels dans le monde sensible ; c'est que, conservant, comme on l'a vu, une certaine matérialité, il doit demeurer lié à une faculté qui se rattache, de quelque façon, à un contexte matériel.

Toujours dans la ligne de la connexion qui existe entre les mathématiques et l'imagination, il importe d'éviter une confusion facile

1. « Quaedam vero sunt, quorum iudicium non dependet ex his, quae sensu percipiuntur, quia quamvis secundum esse sint in materia sensibili, tamen secundum rationem definitivam sunt a materia sensibili abstracta... Sed quia secundum rationem definitivam non abstrahunt a qualibet materia, sed solum a sensibili, et remotis sensibilibus conditionibus remanet aliquid imaginabile, ideo in talibus oportet quod iudicium sumatur secundum id quod imaginatio demonstrat. Huiusmodi autem sunt mathematicae, et ideo in mathematicis oportet cognitionem secundum iudicium terminari ad imaginationem, non ad sensum, quia iudicium mathematicum superat apprehensionem sensus. » *In De Trinitate*, q.6, a.2, c ; Cf. *In III De An.*, lect.8, 714-15.

2. Le paragraphe suivant montrera que la matière intelligible déborde le domaine du continu et s'applique aussi aux nombres. Ceux-ci réalisent sans aucun doute les notions d'homogénéité et de multiplicité rappelées tantôt.

3. « Aliae vero scientiae accipiunt quod quid est sui subjecti, 'per suppositionem' ab aliqua scientia, sicut geometria accipit quid est magnitudo a philosopho primo. Et sic ex ipso quod quid est noto per sensum vel 'per suppositionem', demonstrant scientiae proprias passiones. » *In VI Metaph.*, lect.1, n.1149.

entre les objets mathématiques et leurs représentations intuitives. Celles-ci ne constituent que l'illustration sensible de ceux-là. Et certaines branches des mathématiques se rattachent moins étroitement que d'autres aux représentations imaginatives. Ainsi, l'arithmétique comporte un caractère plus abstrait, donc moins intuitif, que la géométrie. Ce lien avec l'imagination peut même devenir extrêmement ténu, comme on le constate en mathématiques modernes.

Après avoir rappelé les liens multiples que, en raison même de sa nature, la matière intelligible entretient avec l'imagination, il importe de dirimer une difficulté qui fut à l'origine de plusieurs interprétations divergentes. Il s'agit de la notion même de matière intelligible. Alors que par cette expression, Aristote semble entendre le simple continu spatial,<sup>1</sup> saint Thomas paraît élargir le sens de la formule pour lui faire signifier la substance elle-même. Existerait-il, sur ce point, un écart essentiel entre la pensée du maître et celle du disciple ? Et une double interprétation de l'expression 'matière intelligible', l'une dans le sens d'une réalité ontologique et l'autre dans le sens d'une donnée phénoménologique<sup>2</sup> s'imposerait-elle vraiment ? Certains estiment encore que les deux significations (c'est-à-dire le continu et la substance) attribuées à la matière intelligible répondraient à des problèmes différents :

D'une part le problème de l'individuation à l'intérieur de la science mathématique elle-même, le fondement de la possibilité de triangles multiples, par exemple, sans recours à la matière dite sensible, c'est le problème envisagé par Aristote. De l'autre le problème de l'abstraction des êtres mathématiques à partir de l'être physique tel qu'il existe dans la réalité et du fondement métaphysique de cette abstraction.<sup>3</sup>

Si l'interprétation de la notion de matière intelligible dans le sens de 'continu' va de pair avec le problème de l'individuation mathématique, comment expliquer que les objets mathématiques envisagés précisément au point de vue de la continuité soient susceptibles de définitions et accèdent ainsi au plan de l'universel ? Il est vrai sans doute qu'Aristote identifie la matière intelligible avec le continu sans la ramener apparemment à la substance, alors que saint Thomas l'assimile plus volontiers, croirait-on, à cette dernière. Il ne faut cependant voir aucune opposition entre ces deux manières de décrire un même objet. Quand, en effet, Aristote parle de continu à propos de la matière intelligible, il s'agit d'un continu 'dans la substance', car la quantité ne saurait se concevoir naturellement en dehors d'un

1. A. MANSION, *Introduction à la physique aristotélicienne*, pp.155-157, 164-165.

2. Voir : E. WENANCKE, in *Revue Philosophique de Louvain*, T.53, 1955, pp.498 ss.

3. L. B. GEIGER, *art. cit.*, p.37, n.4.

4. *In VIII Metaph.*, lect.5, nn.1760-1761. On sait assez, en effet, que le singulier naturel ou mathématique est indéfinissable. *Ibid.*, VII, lect.10, nn.1492-1497 ; lect.11, n.1502 ; lect.15, n.1618.

sujet.<sup>1</sup> Sur ce point, elle ne diffère en rien des autres accidents qui se définissent tous par référence à la substance. D'ailleurs, quand il s'agit du nombre, Aristote mentionne explicitement le sujet : 'upokeimenon'.<sup>2</sup> Quand la quantité est considérée abstraitement, on préfère, en général, le mot 'sujet' à celui de substance.

Qu'on l'entende au sens de continu ou de substance (ce qui revient au même, on l'a vu), la matière intelligible peut être commune ou individuelle.<sup>3</sup> Puisque l'abstraction intellectuelle débouche sur l'universel, la connaissance mathématique néglige non seulement toute matière sensible, mais encore la matière intelligible individuelle, pour ne conserver que la matière intelligible commune.<sup>4</sup> En effet, la matière, principe d'individuation, tombe sous l'imagination et de soi est inconnaissable.<sup>5</sup> Elle ne devient objet de science que par application de la forme universelle à tel cercle ou tel triangle.<sup>6</sup> Si la figure singulière était définissable, elle épuiserait l'espèce, et les notes individuelles entreraient dans les définitions mathématiques. Supposition absurde aussi bien dans les choses naturelles que mathématiques, où l'on observe une multiplicité d'individus au sein d'une même espèce. La métaphysique se joint à l'observation pour prouver que la chose singulière ne peut jamais s'identifier avec son essence, v.g. tel triangle avec la notion de triangle.<sup>7</sup> La figure singulière comporte, en effet, telles lignes particulières, telles dimensions données, qui n'appartiennent point de soi à l'espèce, mais qui lui adviennent à titre accidentel.<sup>8</sup> Or seuls les principes essentiels entrent dans la définition de l'espèce.<sup>9</sup>

Pour la même raison, des parties de figures, comme, par exemple, le demi-cercle, ne pourraient comme telles s'intégrer au concept de l'espèce. Le demi-cercle se définit par le cercle, et non inversement ;

1. « Unde cum omnia accidentia comparentur ad substantiam sicut forma ad materiam et cuilibet accidentis ratio dependeat a substantia, impossibile est, aliquam talem formam a substantia separari. » *In De Trin.*, q.5, a.3, c.

2. *Métaph.*, VII, c.13, 1039 a 1-15.

3. *Ia*, q.85, a.1, ad 2 ; *De Verit.*, q.2, a.6, ad 1.

4. La matière intelligible commune se définit sans référence à un sujet singulier : « Unde quantitates, ut numeri et dimensiones et figurae, quae sunt terminationes quantitatum... non possunt considerari sine intellectu substantiae quantitativae subjectae, quod esset eas abstrahi a materia intelligibili communi. Possunt tamen considerari sine hac illa substantia ; quod est eas abstrahi a materia intelligibili individuali. » *Ia*, q.85, a.1, ad 2.

5. *In VII Metaph.*, lect.10, n.1496.

6. *In De Trin.*, q.5, a.2, ad 4.

7. *In III De Anima*, lect.8, n.708 ; *In VII Metaph.*, lect.11, n.1521.

8. « Et similiter in hoc circulo sunt hae lineae quae non sunt partes speciei. Unde patet quod huiusmodi non sunt partes circuli qui est universalis, sed sunt partes singulorum circulorum. » *Ibid.*, n.1522.

9. « Hoc enim dicit (Philosophus) ad speciem pertinere quod secundum se inest unicuique speciem habenti ; ad materiam vero quod accidit speciei. » *Ibid.*, lect.9, n.1475.

et en ce sens il est accidentel à ce qu'est le cercle. Proportionnellement, ce cercle-ci, soit *a*, ne fait pas que le cercle soit ce qu'il est.<sup>1</sup> La matière intelligible commune est donc seule à rendre compte de la possibilité des définitions en mathématique, tout comme la matière intelligible individuelle suffit à expliquer le problème de l'individuation dans cette science.

On peut maintenant se demander si la notion de matière intelligible s'applique au nombre. Sans doute. Le nombre comporte aussi divisibilité en parties homogènes.<sup>2</sup> Le nombre 2, par exemple, se compose de deux 'uns' qui diffèrent matériellement et non pas formellement. Ainsi encore, une série de nombres 2 se distinguent, non par la forme commune de dualité, mais par la matière intelligible. La matière intelligible apparaît donc à la fois à l'intérieur d'un même nombre et comme principe de distinction de nombres semblables.

Dans le domaine du discret intervient aussi une double matière intelligible. Le nombre 2, universel, se distingue du singulier en ce que le premier est communicable à plusieurs individus, alors que le second se révèle, de soi, incommunicable.

Ces notions sommaires sur le nombre se compléteront par l'étude du discret au paragraphe suivant.

### III. Division de la matière intelligible

Les quelques notions sur la quantité rappelées au paragraphe précédent permettront d'établir les distinctions spécifiques de cet accident et, par le fait même, celles de la matière intelligible. La notion de la matière intelligible se réalise, en effet, dans tout ce qui comporte divisibilité dans le domaine de la quantité ; la matière intelligible se définissant comme les parties de la substance dont la quantité est l'ordre, il s'ensuit qu'aux divisions de la quantité correspondent celles de la matière intelligible.

1. « Quod autem circulus sit actu divisus in semicirculos, hoc accidit circulo, non in quantum circulus, sed in quantum est hic circulus, cuius haec linea dividitur quae est pars ejus ut materia. Unde patet, quod semicirculus est pars circuli secundum materiam individualement. » *Ibid.* « Quaedam vero partes sunt, quae accidunt toti in quantum huiusmodi, sicut semicirculus se habet ad circulum. Accidit enim circulo, quod sumatur per divisionem duae ejus partes aequales vel inaequales vel etiam plures ; non autem accidit triangulo, quod in eo designentur tres lineae, quia ex hoc triangulus est triangulus. » *In De Trin.*, q.5, a.3.

2. « Mathematica enim abstrahit a materia sensibili, non autem a materia intelligibili... quae quidem materia intelligibilis consideratur secundum quod aliquid divisibile accipitur in 'numeris' et in 'continuis'. » *In II Post. Anal.*, lect.9, n.5. « Unde quantitates, ut 'numeri' et dimensiones et figurae, quae sunt terminationes quantitatum, possunt considerari absque qualitatibus sensibilibus, quod est eas abstrahi a materia sensibili : non tamen possunt considerari sine intellectu substantiae quantitativae subjectae, quod esset eas abstrahi a materia intelligibili communi. Possunt tamen considerari sine hac vel illa substantia ; quod est eas abstrahi a materia intelligibili individuali. » *Ia*, q.85, a.1, ad 2.

Au cinquième livre de la Métaphysique, Aristote définit d'abord le *quantum* en ces termes : « Est dit *quantum* ce qui est divisible en ses constituants dont l'un et l'autre ou chacun sont un et désignable. »<sup>1</sup> La dernière partie de cette définition explique le mode de divisibilité propre à la quantité. Les constituants désignent des parties intégrales et quantitatives qui, une fois divisées, forment des unités complètes en elles-mêmes. Ainsi, par exemple, une certaine quantité d'eau répandue en divers récipients : chaque portion ou 'partie' de l'eau demeure de l'eau, forme une entité complète, aussi longtemps que la séparation ne modifie pas les dispositions fondamentales.<sup>2</sup>

Après avoir indiqué la nature de la quantité, Aristote en décrit les espèces en ces termes :

Une multiplicité est une quantité, si elle est nombrable ; une grandeur, si elle est mesurable. On appelle multiplicité ce qui est : en puissance, divisible en parties non continues, et grandeur, ce qui est divisible en parties continues. La grandeur continue dans une seule dimension est la longueur, dans deux dimensions, la largeur, et dans trois dimensions, la profondeur. Une multiplicité finie, c'est un nombre ; une longueur finie, c'est une ligne, une largeur finie, une surface, et une profondeur finie, un corps.<sup>3</sup>

D'après cette classification, la quantité comprend le nombre, lui-même constitué de parties homogènes (unités) ; ces dernières forment des termes ultimes simples qui diffèrent du tout qu'ils composent. La quantité inclut aussi la grandeur ou quantité continue qui comporte des parties homogènes (grandeurs) divisibles, à leur tour, en éléments de même nature que le tout. Car, de l'avis d'Aristote, toute partie du continu est continue, nul continu n'étant composé d'indivisibles.<sup>4</sup> Cette assertion s'appuie sur la définition tant analytique que synthétique du continu. Une distinction s'impose cependant, comme on l'a souligné, entre le continu physique et le continu mathématique. Le premier comporte une limite de divisibilité que le second ignore. Ainsi, je puis dire, 'jusqu'à un certain point' seulement qu'une partie d'eau est de l'eau. Il est, en effet, facile d'atteindre la limite de divisibilité de ce composé. Au-delà de ce point extrême, les parties deviendront hétérogènes au tout. Les limitations du continu physique se fondent sur les exigences de la forme naturelle qui requiert, pour exercer sa fonction, une quantité déterminée.<sup>5</sup> Le

continu mathématique, d'autre part, ne comporte que les propriétés de la pure quantité, c'est-à-dire l'extension et la divisibilité. Rien, dans ce cas, ne répugne à la divisibilité même infinie.

La genèse du continu à une dimension peut s'établir selon un mode dialectique, c'est-à-dire au moyen d'un point imaginaire en mouvement : la ligne mobile causerait la surface et cette dernière engendrerait le corps. Cette fiction permet de mieux comprendre la définition de la grandeur. Si, en effet, la ligne résulte d'un point mobile, toutes les parties de la ligne se relieront 'dans le point' (définition synthétique du continu). Et vu, en outre, qu'à n'importe quel endroit de la ligne, il nous est loisible d'imaginer un point auquel toutes les autres parties se réfèrent selon le mode continu, sans coupure additionnelle, on dit la ligne continue. La continuité de la surface et du solide s'explique de la même manière. Les parties de la surface se désignent par la ligne et se relient en elle. La surface joue à l'égard du solide un rôle semblable à celui de la ligne vis-à-vis de la surface.<sup>1</sup>

Aristote a défini la grandeur ou le continu comme « ce qui est divisible en parties continues ». Il importe de distinguer la division en puissance de la division en acte. Celle-ci rompt la continuité du tout. Le point considéré à l'intérieur de la ligne (et non aux extrémités) demeure en puissance avant la division de la ligne ; il passe à l'acte au moment de la division, puisqu'il s'identifie avec cette dernière.<sup>2</sup> Bref, affirmer qu'une grandeur est divisible, c'est indiquer qu'elle contient en puissance des points désignables à volonté et qui, dans l'hypothèse d'une non division, rendent compte du continu lui-même. On comprend aussi par là comment la ligne, sous des rapports différents, se révèle à la fois une et multiple : 'une' en acte et 'divisible' en puissance à l'infini.<sup>3</sup> Le calcul, par exemple, ne se soucie guère de cette distinction fondamentale. Pour lui, peu importe que la ligne soit divisée ou seulement divisible pourvu qu'il y ait autant de divisions qu'il en faut.

Dans sa définition de la quantité continue, Aristote fait encore intervenir la limite dans les dimensions : « une longueur 'finie', dit-

Corpus autem naturale dicitur secundum aliquam determinatam speciem et virtutem : et hoc non potest dividi in infinitum, quia quolibet species determinatam quantitatem requirit et in plus et in minus... » *In II Sent.*, dist.30, q.2, a.2. Cf. S. ALBERTUS, *In III De Coelo et Mundo*, Tr.I, cap.2.

1. D. ALBERTUS, *In V Metaph.*, Tr.III, cap.2, *passim*.

2. « Sed sicut punctum infra lineam est in potentia ante lineae divisionem, in actu autem quando jam linea est divisa, cum punctum sit ipsa lineae divisio. » S. THOMAS, *In VI Phys.*, lect.8, n.4. « ... Punctum, quod est quoddam signum divisionis inter partes lineae, et omne quod est divisio inter partes continui, sicut instans inter partes temporis, et sic de aliis, et omne quod est sic indivisibile in potentia et actu, ut punctus, 'monstratur', idest manifestatur intellectui 'sicut privatio' ; idest per privationem continui et divisibilis. » *In III De An.*, lect.11, n.757.

3. *In V Metaph.*, lect.21, nn.1102-1103.

(4)

1. 1020 a 6. Cf. *De Veritate*, q.2, a.6, ad 1.

2. J. a S. THOMAS, *Log.*, II P., q.XVI, art.1 ; S. THOMAS, *In V Metaph.*, n.977.

3. *Metaph.*, V, 13, 1020 a 8 ss. ; S. THOMAS, *ibid.*, n.978.

4. *In VI Phys.*, lect.1.

5. *In III Phys.*, lect.1, n.3 ; *In I De Coelo*, lect.2, n.2.

6. « Et dicitur corpus mathematicum corpus considerationis secundum dimensiones quantitativas tantum, et hoc est corpus in genere quantitatis ; hoc enim in infinitum dividi potest, quia in ratione quantitatis continua non est aliquid quod divisioni repugnet.

il, c'est une ligne, » etc. Celle-ci se présente, en effet, comme une longueur mesurable.<sup>1</sup> Or l'infini déborde toute mesure.<sup>2</sup> Aristote rejette ici l'infini 'aux extrémités', c'est-à-dire la ligne, par exemple, qui ne comporterait pas de limites en longueur, parce qu'aucun point ne la terminerait ; mais il faut admettre, dans la définition du continu, l'infini 'par division', qui réalise la nature même du continu. La ligne finie est, en effet, toujours divisible en éléments eux-mêmes divisibles.<sup>3</sup>

La seconde espèce de quantité, c'est-à-dire le nombre ou quantité discrète, n'apparaît clairement qu'à la suite de considérations préliminaires sur les notions de tout et de parties.

Le tout considéré en relation avec ses parties peut être homogène ou hétérogène. Le premier se compose de parties semblables, c'est-à-dire de parties revêtues de la forme du tout. Ainsi le continu : n'importe quelle partie du continu est continue. Aristote a démontré, en effet, que le continu ne pouvait être composé d'indivisibles. Dans la nature, existe-t-il des tous homogènes ? Jusqu'à un certain point seulement. Car, on l'a vu, l'eau se compose de parties homogènes tant qu'on ne dépasse pas le stade de division moléculaire. Au-delà, les parties deviennent hétérogènes au tout. Cela se vérifie de n'importe quel tout physique homogène.<sup>4</sup>

Le tout hétérogène se compose de parties dissemblables. Dans un tout de cette nature, la forme de la partie diffère de celle du tout. Ainsi aucune partie de la maison n'est la maison, et aucune partie d'un homme n'est l'homme. Il peut arriver, cependant, dans le cas d'un tout hétérogène, que les parties présentent une identité de nature entre elles, sans toutefois comporter la forme du tout. Ainsi un groupe d'hommes constitue un tel tout hétérogène. Il importe donc de distinguer un double tout hétérogène : celui qui est composé de parties hétérogènes, v.g. la maison ; et celui qui est formé de parties homogènes, par exemple une foule d'hommes.<sup>5</sup>

Ces notions s'appliquent à la multiplicité en général, et elles éclairent, en définitive, la nature du nombre lui-même. La multi-

1. La mesure appartient proprement à la quantité, voilà pourquoi elle entre forcément dans la définition des espèces de la quantité : « Mensuratio enim proprie pertinet ad quantitatem. » *In V Metaph.*, lect.15, n.977. Une étude sommaire de la mesure s'imposera quand on traitera de la quantité discrète. Car la mesure, dans le continu, dérive, en quelque sorte, de celle du discret. *In V Metaph.*, lect.17, n.1007.

2. Toutefois, dans le cas des nombres, un ensemble infini peut être plus grand qu'un autre, et l'un peut être mesure de l'autre.

3. *In VI Phys.*, 2, lect.4.

4. « ... Sicut dicitur in *II De Anima*, omnium natura constantium positus est terminus et ratio magnitudinis et augmenti ; et ideo est invenire minimam aquam et minimum carnem, ut dicitur in *I Phys.*, quae si dividatur, non erit ulterius aqua et caro. » *In II Sent.*, dist.30, q.2, a.2.

5. *Id.*, q.11, a.2, ad 2.

plicité présente, en effet, certains aspects parallèles à ceux du tout. La multiplicité homogène ou le continu implique identité absolue de forme. La multiplicité hétérogène comporte les mêmes caractéristiques et les mêmes divisions que le tout hétérogène. Où classer le nombre dans ces sortes de multiplicités ? Dans la multiplicité hétérogène formée de parties homogènes, comme on le verra après avoir rappelé le rôle de l'Un dans la quantité discrète. Car l'unité se pose au fondement de la multitude en général.

Le nombre dérive de l'un comme de son principe : « ... Id quo primo cognoscitur quantitas 'est ipsum unum', idest unitas, quae est principium numeri... Unde sequitur quod ipsum unum, quod est prima mensura, sit principium numeri secundum quod est numerus. »<sup>1</sup> Pour cette raison, le nombre ne peut se définir que par rapport à l'un : « Numerus est multitudo ex unitatibus aggregata » ; ou encore : « Numerus est multitudo mensurata per unum. » C'est, en effet, l'un répété plusieurs fois<sup>2</sup> qui cause la multitude numérique. L'homogénéité du nombre s'explique, en conséquence, par celle des unités constituantes.<sup>3</sup>

La seconde définition du nombre rapportée ci-dessus<sup>4</sup> fait, en outre, intervenir la notion de mesure. En plus de la relation de principe à principiel<sup>5</sup>, l'un comporte, en effet, à l'égard de la multitude quantitative, le rapport de mesure à mesuré : « ... Esse mensuram est propria ratio unius secundum quod est principium numeri. »<sup>6</sup> Cette relation détermine un ordre au sein de la pluralité qui, autrement, demeurerait confuse.<sup>7</sup>

Une parfaite appréhension de la nature du nombre exige donc ici un court exposé sur la notion de mesure.<sup>8</sup> Celle-ci consiste à tenter d'évaluer avec certitude la quantité d'une chose.<sup>9</sup> Aristote définit,

1. *In X Metaph.*, lect.2, n.1939. Cf. *ibid.*, III, lect.13, n.501 ; X, lect.3, n.1981.

2. « ... Unitas aliquoties sumpta quemlibet numerum reddit. » *In X Metaph.*, lect.2, n.1938.

3. Le nombre peut encore se définir comme une pluralité hétérogène composée de parties homogènes.

4. « Numerus est multitudo mensurata per unum. »

5. J. a S. THOMAS, *Curs. Theol.*, T.II, p.103, n.3.

6. *In V Metaph.*, lect.8, n.875. « Unum vero quod est principium numeri addit supra substantiam, rationem mensurae, quae est propria passio quantitatis, et primo invenitur in quantitate. » *In IV Metaph.*, lect.2, n.560.

7. *In V Metaph.*, lect.13, nn.937, 944-945.

8. Les diverses définitions du nombre proposées par Aristote paraissent, à première vue, toutes simples. Une considération plus attentive révèle un nombre imposant de notions (notions de tout, de multitude, d'homogénéité, d'un, de mesure, etc.) impliquées dans la nature du nombre. Et cette dernière demeure à jamais obscure, tant qu'on ne s'attache pas à en éclaircir tous les fondements.

9. « Dicendum quod ratio mensurationis consistit in hoc quod fiat certitudo de quantitate alicujus determinata. » *De Verit.*, q.2, a.9, ad 10.

en effet, la mesure comme « ce par quoi la quantité est connue ».<sup>1</sup> Or le moyen de comprendre la quantité, tout comme le nombre, c'est, en définitive, l'Un :

C'est par l'Un ou par le nombre qu'est connue la quantité en tant que quantité, et tout nombre est connu par l'Un. Ainsi, toute quantité en tant que quantité, est connue par l'Un, et ce par quoi les quantités sont primitivement connues est l'Un lui-même, et, par le fait, l'Un est le principe du nombre en tant que nombre.<sup>2</sup>

Ainsi, l'Un apparaît au principe de la quantité, du nombre et de la mesure. Et ces entités s'éclairent l'une l'autre grâce à l'unité.

La mesure réside en premier lieu dans la quantité discrète qui, seule, comporte un principe parfaitement indivisible, à savoir : l'un prédicamental.<sup>3</sup> Dans les autres espèces de quantité, le principe n'implique plus parfaite indivisibilité, parce que alors l'unité pure a disparu en faveur d'une unité 'de convention,' naturellement divisible : « Quaedam vero non sunt omnino indivisibilia, sed indivisibilia secundum sensum, secundum quod voluit auctoritas instituentium tale aliquid pro mensura. »<sup>4</sup> Vu la rigueur de l'un prédicamental, seule la quantité discrète réalise la mesure parfaite. Inutile de chercher un semblable modèle dans la quantité continue. Elle ne peut qu'approcher le caractère absolu de la mesure discrète. D'ailleurs, comment une mesure dérivée<sup>5</sup> pourrait-elle reproduire, de façon intégrale, le prototype de toute mesure ?

Malgré les différences signalées, il faut reconnaître, d'autre part, que la mesure établit d'étroites relations entre la quantité continue et la quantité discrète.<sup>7</sup> Ces deux espèces de quantité se relient cependant encore davantage par l'origine. Le nombre ne résulte-t-il pas, en effet, de la division du continu :

Dico ergo quod numerus et unitas, secundum quod sunt in genere quantitatis, non inveniuntur nisi in quibus invenitur commensuratio quantitatis : unde inveniuntur tantum in rebus habentibus quantitatem con-

1. *Métaph.*, X, 1, 1059 b 19.

2. *Ibid.*

3. *In X Métaph.*, lect.2, nn.1939 et 1952.

4. Voilà pourquoi aussi la raison de quantité appartient davantage à la quantité discrète qu'à la quantité continue : « Ratio quantitatis invenitur proprie in illis quae secundum se dividuntur. » *In I Sent.*, dist.23, q.1, a.1, ad 1. « Cum autem quantitatis aliud sit continuum, et aliud discretum, erit magis propria quantitas discretum quam continuum : eo quod in discreto magis est cumulus partium : et ideo quod in discreto est unum primum metrum et unum indivisibile maxime dictum, et ab illo ad omnia alia transmutatur primum unum in quolibet genere esse. » D. ALBERTUS, *In X Métaph.*, Tr.1, cap.3.

5. *In X Métaph.*, lect.2, n.1953.

6. « ... Omnis mensuratio, quae est in quantitativis continuis, aliquo modo derivatur a numero. » *In V Métaph.*, lect.17, n.1007.

7. *Ibid.*

tinuum ; unde Philosophus dicit, quod numerus cognoscimus divisione continui : et hic tantum numerus est subiectum arithmetici.<sup>1</sup>

Supposons, un instant, que nous divisions une ligne : chaque partie demeure indivisée et donc 'une' ; l'un se ramène ainsi au continu indivisé : « Unum vero quod est principium numeri... dicitur per privationem vel negationem divisionis, quae est secundum quantitatem continuam. Nam numerus ex divisione continui causatur. »<sup>2</sup> Si, d'une part, l'un transcendantal s'identifie avec l'être, quel qu'il soit, considéré dans son indivision, l'un prédicamental s'assimile, d'un autre côté, non pas à n'importe quel être, mais au continu envisagé sous son aspect d'indivision. Le nombre résulte de l'addition de tous ces continus divisés entre eux et indivisés en eux-mêmes. Ainsi s'explique la genèse du nombre.

En dépit de leur dépendance originelle, les quantités continue et discrète n'en constituent pas moins deux espèces distinctes et irréductibles. La quantité discrète comporte, en effet, des parties homogènes séparées (unités) et non jointes par un terme commun : « On appelle multiplicité ce qui est, en puissance, divisible en parties 'non continues'... »<sup>3</sup> ; ainsi, les parties du nombre dix ne sont liées par aucun terme commun ; elles sont toutes séparées les unes des autres. Ces parties sont en outre indivisibles et elles diffèrent formellement du tout qu'elles constituent. Le continu, d'autre part, se compose de parties homogènes (grandeurs) toujours divisibles en parties ultérieures (grandeurs), et qui impliquent identité de nature avec le tout qu'elles constituent. Le continu se définit par la potentialité même de la division. Celle-ci ne comporte, en ce cas, aucune limite, car elle entre à titre de principe essentiel.

L'étude des propriétés du continu et du discret met aussi en évidence la distinction radicale de ces deux espèces de quantité. La ligne, le quadrilatère, le cercle, etc., comportent des qualités bien différentes de celles du nombre. Ce dernier peut être pair ou impair, premier, etc. Or il n'existe pas de triangles pairs, impairs, premiers, etc. Et même quand les propriétés, dans ces deux domaines, se désignent par des termes identiques, comme carré, cube, rectangulaire, etc., ces qualités ne s'appliquent au nombre que par imitation de ce que l'on observe dans la quantité continue.<sup>4</sup> Autre constatation dans

1. *In I Sent.*, dist.24, q.1, a.3. Etiam : *ibid.*, q.1, a.1, ad 2 ; a.2, c, et ad 3 ; *In IV Sent.*, dist.10, a.3, ad 3am quaest., ad 1. « Unum vero quod est principium numeri, quod superaddit entis aliquid de genere mensurae, et similiter numerus cuius est principium, inveniuntur in rebus habentibus dimensiones ; quia talis numerus causatur ex divisione continui ; et hic numerus, scilicet ex divisione continui causatus, est subiectum arithmeticae. » *Quodlibet* X, q.1, a.1. Etiam : *In III De An.*, lect.1, n.578 ; *II Ia*, q.76, a.3, ad 1.

2. *In IV Métaph.*, lect.2, n.560.

3. *Métaph.*, V, 13, 1020 a 9.

4. *In V Métaph.*, lect.14, nn.990-992.

le même sens : l'incommensurabilité du nombre est née de la quantité continue et non discrète : celle-ci ne comportait que des relations commensurables.

On a toutefois essayé d'arithmétiser le continu et de géométriser le nombre, d'une part en multipliant les points à l'infini et, d'un autre côté, en introduisant des fractions entre des nombres consécutifs. Mais le continu n'est pas composé d'indivisibles et l'indivisible multiplié ne reproduira jamais le continu. Si ces tentatives n'ont jamais totalement réussi, c'est qu'on avait affaire à un processus à l'infini, et la limite d'une variable ne peut jamais être considérée comme atteinte.

La tentative de géométriser le nombre et d'arithmétiser le continu a pu avoir une double cause. La première visait à rapprocher le plus abstrait (l'arithmétique) du plus concret (la géométrie) ; et la seconde avait sans doute en vue la rigueur démonstrative : elle tendait à ramener le plus familier au plus intelligible, c'est-à-dire le 'plus connu de nous' au plus 'connu en soi'. D'ailleurs, cette opposition du continu et du discret, qui s'apparente de si près à celle de l'Un et du multiple, semble bien poser un problème avant tout philosophique, que les purs mathématiciens ne parviendront jamais à résoudre.

De quoi dépend, pour finir, cette plus grande intelligibilité du nombre par rapport au continu, dont on vient de parler ? Le niveau d'abstraction se réfère, comme on le sait, au degré d'éloignement de la matière. Affirmer que le nombre est plus abstrait que le continu, c'est entendre qu'il a moins raison de matière que la grandeur. Celle-ci, en effet, réalise davantage le concept de 'puissance' (et donc de matière) : que le nombre, puisqu'elle se définit par la potentialité même de la division. Le nombre, au contraire, se résout en indivisibles : il est mesuré par l'un prédicamental totalement indivisible. Il a donc moins raison de matière que le continu. Le nombre est en réalité plus immatériel, plus déterminé, plus actuel que la quantité continue. Celle-ci comporte une obscurité intrinsèque, une indétermination, une potentialité dues à sa divisibilité infinie. Il en résulte, comme on vient de le rappeler, que la mesure du discret se présente comme quelque chose de clair, d'absolu, de parfaitement défini ; celle du continu, au contraire, apparaît obscure (car elle comporte divisibilité) et relative, parce que dérivée. Elle conserve toujours un fond d'irrationnel.

On conçoit que des espèces de quantités aussi différentes divergent, comme on le verra au paragraphe suivant, la science qui en traite.

1. Certains modernes paraissent aussi de cet avis. Ainsi, Eric Temple BELL, dans *The Development of Mathematics*, London, Mc Graw Hill, 1940 ; FRAENKEL, dans *Continu et Discontinu* ; etc.
2. *In V Metaph.*, lect. 21, n. 1093 ; J. a S. THOMA, *Log.*, II P., q. 18, art. 1. « Unde ex materia res quanta efficitur... » *In II Sent.*, dist. 30, q. 2, a. 1.

#### IV. *Sujet des mathématiques*

f. 142

L'idée que la mathématique est la science de la quantité a précédé Aristote lui-même. La thèse a traversé les siècles sans être mise en question. Cependant certains modernes, en face des libertés inouïes observées dans cette discipline, ont pensé qu'elle débordait amplement le domaine restreint de la matière intelligible ; aussi lui ont-ils attribué un objet beaucoup plus vaste. Ils ont même fini, en certains cas, par identifier la mathématique avec la science commune du raisonnement, la logique.

Pour Aristote et saint Thomas<sup>1</sup> la mathématique est toujours apparue comme la science de la quantité. En cela, ils se sont fidèlement conformés à la tradition grecque ou classique. Inutile de rappeler qu'il s'agit, non pas de la quantité naturelle engagée dans le sensible, intimement liée aux sensibles propres et elle-même sensible par soi, mais de la quantité abstraite, c'est-à-dire considérée sans rapport actuel avec la matière sensible. Dans cette perspective, le champ de la mathématique se réduit au domaine de la matière intelligible. Or, comme on l'a établi ci-dessus, il existe une double matière intelligible : le continu et le discret, tout à fait irréductibles entre eux. Cette division du sujet entraîne celle de la science correspondante. Ainsi résulte-t-il une double science mathématique : la géométrie, qui porte sur la quantité continue, et l'arithmétique, qui s'applique au nombre. En d'autres termes, la dualité de ces sciences exactes se fonde sur la distinction de leurs sujets, et celle-ci s'appuie sur la différence essentielle de leurs principes.

Le principe du nombre est, comme on l'a souligné, l'un prédicamental, qui ajoute à l'un transcendental la raison de mesure. L'un principe du nombre se présente comme un indivisible parfait. Il revêt une simplicité, une 'abstraction' qui lui donne la priorité sur le 'point', principe du continu. Le point, en effet, « se habet ex 'additione vel appositione' ad unum quod est principium numeri » ; il ajoute la 'position', le 'situs' à l'un prédicamental.<sup>2</sup> Alors que le point, indivisible du continu, est abstrait, selon l'intelligence, de la matière sensible, l'un, principe du nombre, néglige et la matière sen-

1. « Quantitas quam considerat mathematicus... » *In De Trin.*, q. 5, a. 1, obj. 6. « Mathematica quae considerat quantitates, et ea quae quantitates consequuntur, ut figuras et huiusmodi. » *Ibid.*, q. 5, a. 3. « ... Quaedam vero sunt pure mathematicae, quae determinant de quantitativibus absolute, sicut geometria de magnitudine et arithmetica de numero. » *Ibid.*, ad 6.

2. *In I Post. Anal.*, lect. 41, nn. 3-5. « Punctus enim addit supra unitatem situm : nam ens indivisibile rationem unitatis constituit : et haec secundum quod habet rationem mensurae, fit principium numeri. Punctus autem supra hoc addit situm. » *In I Metaph.*, lect. 2, n. 47.

sible, et la matière intelligible.<sup>1</sup> Autrement dit, l'un prédicamental élimine la 'positio' elle-même, qui constitue la différence spécifique de la quantité continue.<sup>2</sup> En conséquence, le mouvement de l'intelligence qui va du point à l'un s'effectue dans le sens du plus abstrait, et celui qui part de l'un pour aboutir au point réalise, au contraire, un processus 'd'addition' ou de 'concrétion'. Ces deux démarches opposées expliquent la plus grande abstraction de l'arithmétique par rapport à la géométrie.

Cette abstraction plus poussée de l'arithmétique paraît aussi au principe de sa certitude particulière. En effet, « plus les attributs sur lesquels porte la science ont d'antériorité logique et de simplicité, plus aussi la science a d'exactitude, l'exactitude étant la simplicité. Aussi la science de ce qui n'a pas d'étendue est-elle plus exacte que la science de l'étendue... »<sup>3</sup> Aristote rattache ici l'exactitude à la simplicité. En effet, la multitude des éléments contribue à accroître la difficulté de la connaissance : « Ubicumque autem ad aliquid cognoscendum oportet plura considerare, est difficilior cognitio. »<sup>4</sup> Ainsi la considération naturelle qui enveloppe la matière, la forme et les dispositions et propriétés d'une forme dans une matière, se voit sujette, de ce seul fait, à une multitude d'erreurs, sans compter qu'elle porte sur le mobile et le contingent.<sup>5</sup> La géométrie, plus 'simple' sans doute que la science naturelle, l'est cependant moins que l'arithmétique. Le géomètre doit, en effet, tenir compte de 'l'étendue' que l'arithméticien, comme tel, ignore totalement. Ce dernier bénéficie donc d'une certitude supérieure à celle du géomètre, en raison de la simplicité du nombre plus parfaite que celle du continu.<sup>6</sup>

1. « ... Nam punctum est quoddam unum indivisibile in continuo, abstrahens secundum rationem a materia sensibili; unum autem abstrahit et a materia sensibili et ab intelligibili. » *In I Post. Anal.*, lect. 41, n. 5. Saint Thomas entend ici la matière intelligible dans son sens le plus strict, c'est-à-dire au sens de « ipsa continuitas ». Voir : *De Verit.*, q. 2, a. 6, ad 1, et de multiples endroits des *Métophysiques*. Car il applique expressément ailleurs la dénomination de « materia intelligibilis » au nombre lui-même. V.g. *In II Post. Anal.*, lect. 9, n. 5; *Ia*, q. 85, a. 1, ad 2 : Unde...

2. « ... Prima ratio diversificandi ea quae sunt unius speciei, est penes quantitatem. Quod quidem quantitati competit in quantum in sua ratione situm, quasi differentiam constitutivam habet, quod nihil aliud est quam ordo partium. » *In De Trin.*, q. 5, ad 3.

3. *Métoph.*, M, 3, 1078 a 9.

4. *In De Trin.*, q. 6, a. 1, ad 2am quaest.

5. *In De Trin.*, q. 6, a. 1, ad 2am quaest. « ... Illa quae habent esse deficiens et imperfectum, sunt secundum seipsa parum cognoscibilia, ut materia, motus et tempus propter esse eorum imperfectionem... » *In II Métoph.*, lect. 1, n. 280.

6. « Quanto aliquae scientiae sunt priores naturaliter, tanto sunt certiores : quod ex hoc patet, quia illae scientiae, quae dicuntur ex additione ad alias, sunt minus certae scientiis quae pauciores in sua consideratione comprehendunt ut arithmetica certior est geometria, nam ea quae sunt in geometria, sunt ex additione ad ea quae sunt in arithmetica. » *In I Métoph.*, lect. 2, n. 47. Etiam : *In I Post. Anal.*, lect. 41, nn. 3-5.

La géométrie, en revanche, se révèle plus accessible que l'arithmétique, à cause du rôle plus important de l'imagination<sup>1</sup> dans la représentation des figures. L'arithmétique résout sans doute aussi dans cette faculté sensible ; la représentation du nombre se révèle cependant moins directe et moins concrète que celle du continu : les entités arithmétiques se terminent dans l'imagination en tant seulement que le nombre est consécutif à la division du continu.

Ces propriétés de l'arithmétique et de la géométrie, qui résultent de la division bipartite des mathématiques, semblent bien comprises par l'existence de la géométrie analytique. Si, en effet, on peut appliquer les propriétés du nombre au continu, c'est que « les grands nombres. »<sup>2</sup> Il en sera ainsi, si la géométrie analytique résume les conditions d'une science proprement dite, c'est-à-dire si elle possède un sujet 'un par soi', des principes propres et si elle obtient des conclusions certaines. Or il semble difficile de reconnaître, en se fondant sur les principes d'Aristote, un caractère 'scientifique' à la géométrie analytique.

Aristote ne semble-t-il pas cependant soutenir la possibilité d'une science démonstrative commune au nombre et à la grandeur, quand il affirme que « la convertibilité des proportions était démontrée séparément des nombres, des lignes, des figures et des temps, quoiqu'il fût possible de la prouver de toutes ces notions au moyen d'une démonstration unique. »<sup>3</sup> Il ajoute cependant : « Mais par le fait qu'il n'y avait 'pas de nom unique' pour désigner 'ce en quoi' toutes ces notions, à savoir les nombres, les longueurs, les temps et les solides, 'sont une seule et même chose,' et 'parce qu'elles diffèrent spécifiquement les unes des autres,' cette propriété était prouvée pour chacune séparément. »<sup>4</sup> Le fait qu'il 'n'y avait pas de nom unique' pour désigner en quoi 'des notions qui diffèrent spécifiquement' sont 'une seule et même chose', indique assez qu'Aristote se place selon une considération commune. Des notions essentiellement distinctes peuvent, en effet, s'identifier si on les envisage dans une perspective assez large. Mais cette communauté de considération et de principes se révèle, à ce qu'il semble, inapte à produire une science démonstrative. Aristote dit ailleurs :

Toutes les sciences communiquent entre elles par les principes communs. Et j'appelle principes communs ceux qui jouent le rôle de base dans la démonstration, et non pas les sujets sur lesquels porte la démonstration, ni les attributs démontrés.

Et de son côté, la Dialectique communique avec toutes les sciences, ainsi que ferait toute science qui tenterait de démontrer d'une façon générale.

1. *In VI Ethic.*, lect. 7, nn. 1210 et 1214.

2. *Arist.*, *Anal. Post.*, I, 7, 75 b 4.

3. *Anal. Post.*, I, 5, 74 a 15.

4. *Anal. Post.*, I, 5, 74 a 15.

rale des principes tels que : pour toute chose, l'affirmation ou la négation est vraie, ou : si des choses égales sont ôtées de choses égales . . . ; et d'autres axiomes de ce genre. Mais la Dialectique n'a pas pour objet des choses déterminées de cette façon, attendu qu'elle n'est pas bornée à un seul genre. Autrement, elle ne procéderait pas par interrogations.<sup>1</sup>

Ainsi, la démonstration de la convertibilité des proportions, par exemple, est dialectique précisément parce qu'elle s'applique, en même temps, au domaine du continu et à celui du discret.

Bref, en raison de la diversité radicale du continu et du discret, une mathématique à la fois 'générale' et 'démonstrative' paraît, en regard des principes d'Aristote, difficile à concevoir. Ce qui indique assez l'intérêt qu'il y aurait à comparer la conception traditionnelle des mathématiques aux principes en cause dans les mathématiques modernes. Mais la tâche serait immense autant que difficile ; de toute façon, elle n'entrerait pas dans l'intention de ces pages.

Frère AUGUSTIN-GABRIEL, S.G.

## The Two Cities in Saint Augustine

*Two loves built two Cities.*  
SAINT AUGUSTINE

No utopia, as the very prefix declares, has any right to be real. And yet the most renowned "utopia" of them all is not only real, but, at least in the view of its first great exponent, the only true republic in the universe.

Halfway through the last decade of an exceedingly stormy intellectual and pastoral career, the greatest of the Latin Fathers and "the first modern man"<sup>1</sup> completed his masterpiece. At his death : uncivilization was enjoying its final triumph. But in *Civitas Dei*,<sup>2</sup> Augustine left to western culture one of its most influential pieces of literature, philosophy, and theology. Its theme is the nature and history of the greatest and most unusual nation in existence.<sup>4</sup>

1. "Harnack's phrase" (J. CUNST-OPHER, "St. Augustine : Founder of the Christian Philosophy of History," *Proceedings of the American Catholic Philosophical Association*, VI [1930], 80).

2. A. D. 426.

3. Weldon makes some remarks on the genesis of the idea of the two cities. Although the definition is Saint Augustine's own, the idea originated with Our Lord Himself, Who came on earth to create a kingdom opposed to "the world" (see J. Weldon, in his edition of *De Civitate Dei* [London : Society for Promoting Christian Knowledge, 1924], I, xlviii). "St. Paul was the first Christian writer who spoke of the company of Christian people as a State" (*Ibid.*, II, 647). And Saint Augustine's conception may have been suggested to him "by his master Tycho-nius" (*Ibid.*, p. 651, the reference is to "Hahn, 'Tycho-nius Studien,' p. 115").

Bardy expands this last item. Tycho-nius, commenting on the opposition of Jerusalem and Babylon in the Apocalypse, had written : "Voici les deux cités, celle de Dieu et celle du diable . . . Il est évident qu'il y a deux cités, deux royaumes, deux rois, le Christ et le diable : chacun d'eux règne sur l'une d'elles . . . Elles travaillent en commun, l'une et l'autre, l'une pour trouver le principe de sa damnation, l'autre pour trouver le principe de son salut."

Augustin connaissait l'œuvre de Tycho-nius . . ." (G. BARDY, *Saint Augustine. L'Homme et l'œuvre* [Paris. Desclée, 1946], p. 358.

We should add Saint Augustine's own references to the occurrence of "Civitas Dei" in the Psalms : Ps 86 3 ; 47 1, 2 ; 9 ; 45 3, 6 (XI, 1 [187]).

(The series of three numbers in the last parentheses is the first of many references in these notes to the text of *The City of God*. They refer to the translation under that name by D. B. ZEMA, S.J., Gerald WALSH, S.J., Grace MONAHAN, O.S.U., and D. J. HONAN, in *The Fathers of the Church*, vols. VIII, XIV, and XXIV [New York : Fathers of the Church, 1950-54]. Numerals only will be used in these citations, referring to book, chapter, and page in that order. The volume-number will not be given — Books I to VII are in Volume VIII, Books VIII to XVI in Volume XIV, and Books XVII to XXIV in Volume XXIV.)

4. "Werner Jaeger *Paideia*, II, 77) goes so far as to say that St. Augustine took Plato's Republic and Christianised it into his City of God. This surely requires some qualification" (J. BRADLEY, *The City of God* [London, Nisbet, 1949], p. 155). It surely does. Plato's utopia never existed ; Saint Augustine's City is real. The Christian character, then, is scarcely the only difference.